

## EN KÜÇÜK KARELERLE SPEKTRAL ANALİZ VE FOURIER TEKNİĞİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Ramazan Alpay ABBAK<sup>a,\*</sup>, Mehmet YERCI<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Selçuk Üniversitesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Kampüs, 42075, Selçuklu, KONYA

### Özet

İstatistik biliminin en önemli amaçlarından birisi, deneysel zaman dizilerinin analizi yapılarak fiziksel süreçler hakkında bilgiler çıkarılmasıdır. Bu amaca uygun olarak, literatürde birçok matematiksel araç geliştirilmiştir. Fourier tekniği ve En Küçük Karelerle Spektral Analiz (EKKSA) bunlardan sadece iki tanesidir. Deneysel zaman dizilerinin büyük bir kısmı içerisinde trend, kısa boşluklar, datum kayıklıkları ve eşit olmayan veri aralıkları ile ağırlıklarını bulundurulur. Çoğu kez bunlar analiz aşamasında zorlaştırıcı etki yapar. Fourier tekniğinde trend ön analizle kaldırılırken, kısa boşluklar ve eşit olmayan veri aralıkları enterpolasyon teknikleri kullanılarak doldurulur. Söz konusu prosedürler, hem dizilerin içindeki gerekli bilginin yok sayılmasına hem de yapay sinyallerin elde edilmesine neden olur. Bu durum analiz işlemi için istenmeyen sonuçlar doğması anlamına gelir. Bu tür zorlukların üstesinden gelebilecek alternatif yöntemlerden birisi de EKKSA'dır. Bu çalışmada sözü edilen zorlukları içeren deniz düzeyi gözlemleri hem EKKSA hem de Fourier tekniği kullanılarak analiz edilmiş, sayısal sonuçlar karşılaştırılarak EKKSA'nın üstün yönlerine dikkat çekilmiştir. Sonuçlar, deneysel zaman dizilerinin spektral analizinde EKKSA'nın Fourier tekniğinden daha güçlü bir matematiksel araç olduğunu göstermektedir.

**Anahtar Sözcükler:** En Küçük Kareler Yöntemi; Fourier Tekniği; Spektral Analiz

## COMPARISON OF LEAST-SQUARES SPECTRAL ANALYSIS AND FOURIER TECHNIQUE

### Abstract

---

\* Sorumlu Yazar Tel.: +90 332 223 1898; Faks: +90 332 241 0635  
E-posta adresi: [aabbak@selcuk.edu.tr](mailto:aabbak@selcuk.edu.tr) (R A Abbak)

One of the most important aims of the statistics is making inferences about physical process by analyzing the time series. In this context, many mathematical tools have been developed in the literature. Fourier Technique and Least-Squares Spectral Analysis (LSSA) are only two of them. Most of the experimental time series have short gaps, trend, datum shifts (offsets) and unequally spaced and weighted data. Mostly, these factors sometimes make compelling effects to analyze. In Fourier technique, while the trend is being removed by pre-process, the others (e.g. short gap and unequally spaced data) are taken over by filling gaps via interpolation techniques. The mentioned procedures cause that both requisite knowledge in the time series is disregarded and the synthetic signal may be taken place. This means that undesired results occur during the analyzing process. There is an alternative method, called LSSA, which can overcome these problems. In this study, the sea level observations which have aforementioned difficulties are analyzed by using both the LSSA and Fourier techniques and then the advantages of the LSSA are pointed out by comparing the numerical results. The results show that the LSSA is a more powerful mathematical tool than Fourier Technique on the spectral analysis of the experimental time series.

**Keywords:** Fourier Technique, Least-Squares method, Spectral analysis

## **1. Giriş**

Jeodezik gözlemlerin hemen hepsi doğada var olan fiziksel kuvvetlerin (yerçekimi ve merkezkaç) etkisi altındadır. Bu etkiye, jeodezinin tanımı içerisinde de yer verilir: jeodezi, zamanın bir fonksiyonu olarak yeryuvarının şeklini ve gravite alanının belirlenmesi ile uğraşan bir bilim dalıdır [1]. Bu tanıma göre şekil ve gravite alanı problemini çözmek için, jeodezik gözlemlere ihtiyaç duyulur. Uzunluk, açı, yükseklik ve gravite ölçüleri jeodezideki gözlemlerin başında gelir. Jeodezik gözlemlerden bazıları bir değişkene (zaman ya da konum) bağımlı olabilir. Dolayısıyla gözlemler tekrarlı yapılarak bağımlı değişkenle olan ilişki açıklanır ve ölçülere etkileyen rasgele süreçler belirlenebilir. Örneğin, en çok bilinen jeodezik zaman dizileri, ayın ve güneşin fiziksel çekim etkisi nedeniyle zamana bağlı değişen deniz düzeyi gözlemleridir. Deterministik süreçlerin yanı sıra, rasgele süreçlerdeki bilinmeyen parametrelerin kestirilmesi de jeodezik analizin kapsamı içindedir.

Bu çalışmanın ana konusu, bir değişkene bağlı olarak gerçekleşen ve zaman dizileri olarak da adlandırdığımız ardışık gözlemlerin spektral analizidir. Süreklilik gösteren olayları gözlemleyerek olguları anlamaya çalışmak ve sonuçlardan yola çıkarak geleceğe ilişkin kestirimlerde bulunmak, zaman dizilerinin analizinin arkasında yatan en önemli nedendir.

Zaman dizilerinin spektral analizi; Fourier, dalgacık (wavelet) gibi birçok yöntemle yapılabilir. Her yöntemin kendine göre bazı kısıtlamaları veya zorunlulukları vardır. Bunlardan bazıları; verilerde datum kayıklığı, trend ve kısa boşlukların olması ya da verilerin eşit aralıklı ve ağırlıklı olmaması şeklinde sıralanabilir. Bu kısıtlamaların üstesinden gelebilmek için çeşitli suni yaklaşımlar kullanılır. Örneğin, çoğunlukla trendin etkisi ön analizle verilerden kaldırılır. Datum kayıklığı varsa her datum bölgesi için ayrı ayrı analiz yapılır. Bu durum ise analiz işleminin bütünlüğünün bozulması anlamına gelmektedir. Verilerde kısa boşlukların olması veya eşit aralıklı olmaması halinde çeşitli enterpolasyon teknikleri kullanılarak tam değerler kestirilir. Çoğu kez göz ardı edilen bir husus da, değişik veri kaynaklarından elde edilen değerlerin ağırlıklarının farklı olmasıdır. Ancak, sözü edilen yapay yöntemlerin (geçici çözümlerin) kullanımı nedeniyle, analiz işlemi için doğru sonuçların elde edilmesinde yeni sorunlarla karşılaşılması mümkündür. Buna karşın, En Küçük Karelerle Spektral Analiz (EKKSA), verilerin orijinalliğini bozmadan analiz işlemini gerçekleştiren bir yöntemdir.

EKKSA, Vaníček tarafından 1969—1971 yıllarında ortaya atılmış ve geliştirilmiştir [2, 3, 4]. Bu nedenle literatürde “Vaníček Spektral Analiz” olarak da adlandırılır [5]. Sonraki yıllarda diğer bilim insanları tarafından yöntemin geliştirilmesine yönelik adımlar atılmıştır (örneğin, [6]). Elektronik uzaklık ölçerlerle elde edilmiş baz uzunluk ölçümlerinin analizi [7], gravite verilerine ilişkin zaman dizilerinin analizleri [8], yöntemin gelişim ve kullanım sürecine katkı sağlamış önemli çalışmalardandır. Ayrıca, özellikle astronomi ve jeofizik gibi yerbilimlerinde olmak üzere, öteki disiplinlerde de EKKSA’ya dayalı birçok çalışmadan da söz etmek mümkündür (örneğin, [9, 10]).

Öte yandan literatürde spektral analiz (periyodiklik analizi) çoğunlukla Fourier tekniği ile yapılmaktadır. Yöntemin temelleri ünlü Fransız bilim insanı Jean Baptiste Joseph Fourier’in çalışmalarına dayanmaktadır. Fourier tekniği daha çok lineer sistem

analizleri, optik, rasgele süreç modelleme, olasılık teorisi, kuantum fiziği ve sınır değer problemi gibi bilimsel ve mühendislik problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Literatürde sayısal analiz veya sinyal işleme konularını ele alan kitaplarda Fourier yöntemi hakkında kapsamlı bilgilere kolayca erişilebilir (örneğin, [11, 12]).

Bu çalışmada deniz düzeyindeki periyodik değişimleri belirlemek ve değişime neden olan doğal olayları tespit etmek amacıyla hem EKKSA ile hem de Hızlı Fourier Tekniği ile bir araştırma yapılmıştır. Sonuçlar karşılaştırılmış, yöntemlerin avantaj ve dezavantajlarına dikkat çekilmiştir.

Bu çalışmanın ikinci ve üçüncü bölümlerinde sırasıyla EKKSA ve Fourier tekniği hakkında teori ve kavramlar kısaca açıklanmış; dördüncü bölümde her iki yöntem kullanılarak, saatlik deniz düzeyi gözlemleri analiz edilmiştir. Son bölümde ise analiz yöntemleri karşılaştırılarak, elde edilen sonuçlar irdelenmiştir.

## 2. En Küçük Karelerle Spektral Analiz

EKKSA yönteminin temeli; Gauss'un en küçük kareler yaklaşımının, deneysel zaman dizilerinin spektral analizine uygulanmasıdır.

Bir deneysel zaman dizisindeki veri, sinyal (signal) ve gürültü (noise) olarak iki kısımdan oluşur. Gözlenen büyüklüğe bozucu etki yapan gürültü, rasgele ve sistematik olmak üzere iki kısımda incelenir. İdeal gürültü, hiçbir bağımlı değişken ile korelasyonlu olmayan ve beyaz gürültü olarak adlandırdığımız rasgele gürültü çeşididir. Ancak, uygulamada sistematik gürültüler jeodezik ölçüyü bir değişkenle korelasyonlu olarak etkiler. Sistematik gürültü de kendi içerisinde periyodik ve periyodik olmayan diye ikiye ayrılır. Periyodik olan sistematik gürültüler, zaman içerisinde kendini tekrar eden fonksiyonlardır (bkz Bölüm 3). Periyodik olmayan sistematik gürültüler ise datum kayıklıkları ve trend gibi bileşenlerden oluşur. EKKSA yönteminde asıl amaç sistematik gürültüyü (periyodik ve periyodik olmayan) ifade eden parametrelerin aynı anda kestirilmesidir.

Gözlenen zaman dizisi  $\mathbf{f}(t)$ , zamanın bir fonksiyonu olsun ( $t_i, i = 1, 2, \dots, m$ ). Burada  $t$  zaman değeri eşit aralıklı olmayabilir. Spektral analiz kavramının asıl amacı bu fonksiyon içerisindeki gizli periyodikliği ortaya çıkarmaktır. Böylece,  $\mathbf{f}(t)$  zaman dizisi,

$$\mathbf{g} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (1)$$

şeklinde modellenebilir. Buradaki  $\mathbf{A}$  katsayılar matrisi ve  $\mathbf{x}$  bilinmeyenler vektörüdür.  $\mathbf{A}$  matrisi aralarındaki ilişki tam olarak bilinmeyen sinyal ve gürültü bileşeninden oluşur. Bu matrisin elemanları,

$$\mathbf{A} = [\cos \omega_i t \quad \sin \omega_i t] \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Buradaki parametreleri hesaplamak için, En Küçük Kareler (EKK) tekniği kullanılırsa,  $\mathbf{g}$  ve  $\mathbf{f}$  fonksiyonları arasındaki fark minimum olmalıdır.  $\mathbf{P}$  ağırlık matrisi olmak üzere, standart en küçük kareler gösterimiyle fark vektörü,

$$\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{f} - \hat{\mathbf{g}} = \mathbf{f} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{f} \quad (3)$$

şeklinde [1]. Bu eşitlikte;  $\hat{\mathbf{g}}$ ,  $\mathbf{f}$ 'in dik izdüşümüdür ve  $\mathbf{A}$  matrisinin bir kolon vektörü tarafından meydana getirilir [6]. Böylece,  $\mathbf{f}$  fonksiyonu, kendisini oluşturan  $\hat{\mathbf{g}}$  sinyal ve  $\hat{\mathbf{r}}$  gürültü fonksiyonuna ayrıştırılır.

Benzer şekilde spektral değeri ( $s$ ) bulmak için,  $\hat{\mathbf{g}}$  fonksiyonuna ikinci izdüşüm yapılır. Bu işlemler Hilbert uzayında yapılan izdüşümlerle ilişkilidir. Özetle; spektral değer,  $\mathbf{f}$  fonksiyonun  $\hat{\mathbf{g}}$  fonksiyonuna ikinci izdüşümünün,  $\mathbf{f}$  fonksiyonun norm değerine bölümüyle elde edilir [6]. Bunun gösterimi,

$$s = \frac{\mathbf{f}^T \hat{\mathbf{g}}}{\mathbf{f}^T \mathbf{f}} \quad (4)$$

şeklinde. Bu spektral değer, bir frekans için hesaplanmak istendiğinde,

$$s = \frac{\mathbf{f}^T \hat{\mathbf{g}}(\omega_i)}{\mathbf{f}^T \mathbf{f}} \quad (5)$$

halini alır. Eşitlikteki  $\omega$  açısal (radyal) frekans olup analizi yapan kişinin isteğine göre sayısal değer alır.

Bundan sonra spektral değer her bir frekans değeri için ayrı ayrı hesaplanır. Ancak bu değerler tek başına bir anlam ifade etmez. Bu nedenle, Güç Spektrum Yoğunluğuna (GSY) geçilir:

$$GSY_{EKK} = \frac{Q_n}{f} \left[ \frac{s}{1-s} \right] \quad (6)$$

Burada  $GSY_{EKK}$ ; en küçük karelerin güç spektrum yoğunluğunu,  $Q_n$ ; gürültü bileşeninin karesel biçimini,  $f$  ise frekansı temsil eder [13]. Bu eşitlik herhangi bir dizinin belli bir frekans aralığında, güç spektral yoğunluğunu hesaplamak için kullanılır. Bu değerlerden

büyük olan, o dizi içindeki etkin periyodun göstergesidir. Buradaki büyüklük ifadesi bir güven seviyesi ile anlamlıdır. Bir dizi için Güven Seviyesi ( $GS$ ) [14]'de geliştirilen formüller yardımıyla hesaplanabilir:

$$GS = (1 - \alpha^{2/n-u}) * 100 \quad (7)$$

Eşitlikte geçen  $n$ : veri sayısı  $u$ : bilinmeyen sayısını temsil eder. Böylece istenen güven seviyesinin (örn.  $\alpha=0.95$ ) üzerindeki spektrum değerleri, dizi içinde yer alan etkin periyotları işaret eder.

### 3. Fourier Analizi

Zaman dizilerinin istatistiksel analizinde, dizinin elemanları rasgele değişkenler kümesinin elemanları olarak görülür. Diğer analiz yöntemlerinde olduğu gibi, gözlem değerlerinin deterministik (tanımlanabilir sistemik büyüklükler) ve stokastik (tanımlanamayan rasgele büyüklükler) bileşenlerden meydana geldiği kabul edilir. Çoğu analiz işlemi, stokastik bileşenlerin deterministik bileşenlerden ayrıştırılması (filtreleme) konusunu da kapsar. Ancak, filtreleme başlı başına bir konu olduğundan, bu çalışmada sadece zaman dizilerinin sistemik unsurlarının Fourier tekniği ile kestirilmesi ve zaman-frekans alanındaki özelliklerinin ortaya konulması üzerinde durulacaktır.

Fonksiyonel yaklaşım açısından bir zaman dizisi iki temel parametre kümesi yardımıyla gösterilebilir: Trend ve mevsimsellik (periyodiklik). İçinde doğrusal ya da doğrusal olmayan parametreleri barındıran trend, dizinin zamana bağlı genel eğilimini verir. Dizide periyodik salınımlar şeklinde görülen mevsimsellik etkisi ise trigonometrik sinüs ve kosinüs'lü terimlere karşılık gelen parametre kümesi ile açıklanır. İşte zaman dizilerinin analiz edilmesinin nedeni gözlenen dinamik sistemin zaman içindeki davranışına etki eden tekrarlı fiziksel etkenleri analiz etmektir.

Zaman dizisini meydana getiren sinyalin ayrıştırılması, Fourier tekniklerinin çıkış noktasıdır. Trend ise filtrelemede olduğu gibi Fourier tekniğinde de zaman dizileri üzerinde ön-değerlendirme yapılmasını gerektiren nedenlerden biridir. İstatistiksel özellikler (basit anlamda ortalaması), zamanla değişen bir dizide Fourier teknikleri kullanılarak spektral büyüklüklerin kestirilmesinin güçleştirir. Çünkü Fourier yaklaşımı zaman dizilerinin durağan olması varsayımından hareketle çalışır. Trend etkisi

kaldırıldıktan sonra dizi yatay bir görünüm kazanır. Böylece geriye sadece mevsimsel salınımlar ve rasgele gürültü kalır. Zaman dizisinin bu kısmına sinyal adı verilir.

### 3.1 Periyodik Sinyaller ve Fourier Serileri

Bir  $g(t)$  fonksiyonu

$$g(t)=g(t+T) \quad (8)$$

eşitliğini sağlıyorsa periyodiktir denir. Burada  $T$  temel periyot olarak adlandırılır ve sabit bir terimdir.  $g(t)$  sonsuz sayıda periyoda sahip olabilir. En basit anlamda trigonometrik sinüs ve kosinüs fonksiyonları birer periyodik fonksiyondur. Örneğin sinüs fonksiyonunun periyodu  $2\pi$  olduğundan,  $\sin(\theta + 2\pi)$ ,  $\sin(\theta + 4\pi)$ ,  $\sin(\theta + 6\pi)$  aynı değerleri verir. Benzer durum kosinüs fonksiyonu için de geçerlidir.

Periyodiklik, bir fonksiyonun en küçük aralıkta (yani  $[0, T]$  aralığında) tanımlanabilir olmasını sağlar. Periyodik bir fonksiyonu düzgün dairesel hareket yapan bir cismin hareketine benzetebilir. Bir  $T$  zamanı sonra, fonksiyon kendini tekrar eder. Kısaca bir fonksiyonun aynı değeri aldığı ardışık iki nokta arasındaki yatay eksen boyunca ölçülen büyüklük,  $T$  periyoduna karşılık gelir. Buna göre,  $T$  periyotlu bir fonksiyona sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının toplamı şeklinde sonsuz serilerle yaklaşılabilir:

$$g(t) = a_0 + 2\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \quad (9)$$

eşitliği  $g(t)$  fonksiyonun Fourier seriler ile gösterimidir.  $a_k$  ve  $b_k$  katsayıları verilen  $g(t)$  fonksiyonu ile ilişkili Fourier katsayılarıdır.  $T$  periyotlu bir  $g(t)$  fonksiyonunun Fourier serilerine açılabilmesi için aşağıdaki koşulları sağlaması gerekir:

- Belirtilen tanım aralığında fonksiyon tek değerli olmalı,
- $g(t)$  fonksiyonu Dirichlet koşullarını sağlamalı (yani sonlu sayıdaki düzgün süreksizlik noktası hariç,  $[0, T]$  aralığında fonksiyon sürekli ve sonlu sayıda maksimum ve minimum değerlere sahip olmalı),
- $[0, T]$  aralığında fonksiyonun entegrali alınabilmelidir.

### 3.2 Fourier Dönüşümü

Fourier serileri, periyodik fonksiyonların spektrumunu araştırmak için kullanışlı araç olmasına karşın, pratikte sistematik ve rasgele gürültüler nedeniyle sürekli tekrar etmeyen fonksiyonlarda kullanılamaz. Bu durumda, Fourier dönüşümü (transformation) Fourier serilerine alternatif olacak bir yöntemdir.

Fourier entegrali, bu dönüşüm için kullanılabilir. Bu işlem, Fourier serilerinin üstel fonksiyonundan türetilmesiyle sağlanır [11]:

$$f(t) = \int_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega t} \quad (10)$$

Buradaki  $c_k$ ,

$$c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-ik\omega t} \quad (11)$$

şeklinde ifade edilir. Bu geçiş, periyodun sonsuza yaklaşması anlamına gelir. Yani, fonksiyon tekrar etmez.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (12)$$

ve

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (13)$$

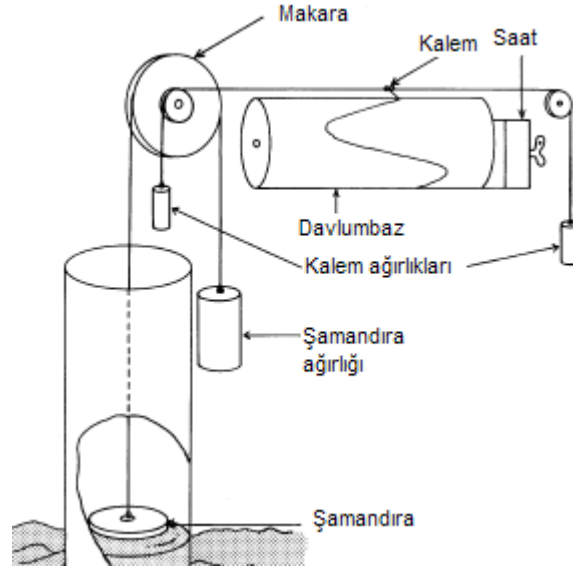
eşitliklerinin her ikisine birden Fourier dönüşüm çifti,  $F(i\omega)$  ifadesi Fourier entegrali olarak adlandırılır. Sonuçta, Fourier dönüşümü fiziksel süreci zaman alanından frekans alanına taşıyan dinamik bir sistemdir. Böylece zaman dizilerinin içindeki frekanslar belirlenir.

#### 4. Sayısal Uygulama

Deneyisel zaman dizilerinin analizine geçilmeden önce söz konusu dizileri tanımak ve dizilere etkiyen muhtemel doğal ya da yapay süreçleri iyi bilmek gerekir. Bu kapsamda analize konu olan deniz düzeyi gözlemlerinin yapısı ve özellikleri hakkında ayrıntılı bilgiler verilecektir. Sonrasında 2. ve 3. bölümlerde teorisine yer verilen EKKSA ve Fourier teknikleri kullanılarak saatlik deniz düzeyi gözlemleri analiz edilecektir.

##### 4.1 Deniz Düzeyi Gözlemleri

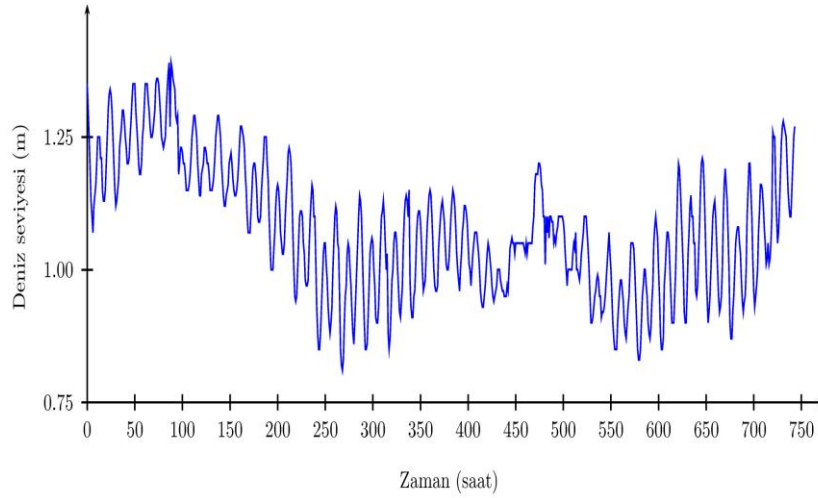




Şekil 1: Basit tipli bir mareograf istasyonu (Analog sistem) [16]

Jeodezide deniz düzeyi gözlemleri zaman dizilerine güzel bir örnektir. Deniz düzeyi ölçme sistemleri genel olarak analog ve dijital olmak üzere ikiye ayrılır. Şekil 1’de görülen analog sistemler, dönen bir davlumbaz üzerindeki kağıda deniz düzeyinin anlık olarak kaydedilmesi esasına göre çalışır. Davlumbaz üzerindeki bir kalem, deniz düzeyi hareketini kağıda grafik olarak gerçek zamanda aktarır. Veriler grafik olduğu için sayısal analize uygun değildir. Bu nedenle analog verinin sayısal hale getirilmesi gerekir. Günümüzde, mekanik hatalar ve sayısallaştırma zorluğu nedeniyle bu yöntemden vazgeçilmiştir.

Dijital sistemlerde ise ölçme işlemi elektronik aletlerle otomatik hale getirilmiştir. Bu sistemin temel prensibi yine analog sistemle benzer olup, sadece okuma işleminde elektronik uzaklık ölçer (EDM) kullanılmaktadır. Deniz düzeyi gözlemlerine örnek olarak Antalya Mareograf istasyonunun 1990 yılının Ocak ayı gözlemleri Şekil 2’de gösterilmektedir [15].



Şekil 2: Antalya Mareograf istasyonunun 1990 yılı ocak ayı gözlemleri

#### 4.2 Deniz Düzeyi Değişimine Neden Olan Etkenler

Deniz düzeyi gözlemi genel anlamda aşağıdaki üç bileşene ayrıştırılabilir [16]:

$$\text{Gözlem} \approx \text{ortalama deniz düzeyi} + \text{gelgit} + \text{meteorolojik artıklar}$$

Bu bileşenlerin her biri ayrı fiziksel süreçlerce kontrol edilir ve bileşenlerin birbirleriyle korelasyonu yoktur. Bileşenleri kısaca tanıtmak gerekirse [16];

- Ortalama deniz düzeyi, en az bir yıllık zaman sürecinde saatlik gözlemlerin aritmetik ortalamasıyla belirlenir. Bilimsel ve jeodezik amaçlar için gözlem süresinin en az 20 yıllık bir süreci içermesi gerekir. Çünkü veriler en uzun dalga boylu bileşen olan Ayın 18,6 yıl periyotlu hareketini kapsamalıdır [18].
- Gelgit, bazı jeofiziksel etkilerle tutarlı, belli bir genlik ve fazı olan periyodik deniz ve kara hareketleridir. Periyodik harekette, Ay ve Güneş başta olmak üzere gök cisimlerinin konumlarının ve çekim alanlarının büyük okyanus kitlelerine olan etkisi asıl pay sahibidir.
- Meteorolojik artıklar, kabarma etkisi olarak da adlandırılan bu bileşen, hava durumundaki farklılıklara bağlı olarak oluşan düzensiz (rasgele) değişimleri ifade eder.

Yukarıdaki bileşenlerin yanı sıra deniz altı depremleri, yer kabuğu hareketleri vb. deniz düzeyi değişimine geçici etkiler yapar.

Tablo 1: Gelgit olayına ilişkin kısa periyotlu temel bileşenler [17]

Gelgit	Periyot	Tanım	Açıklama
--------	---------	-------	----------

Bileşeni (Güneş saati)			
M2	12,42	Temel Ay	Yarı-günlük
S2	12,00	Temel Güneş	Yarı-günlük
N2	12,66	Ay büyük eliptiki	Yarı-günlük
K2	11,97	Ay Güneş ortak	Yarı-günlük
K1	23,93	Ay Güneş ortak	Günlük
O1	25,82	Temel Ay günü	Günlük
P1	24,07	Temel Güneş günü	Günlük
Q1	26,87	Ay büyük eliptiki	Günlük

Yeryuvarındaki bir noktada gelgit hareketi, ilgili gök cisminin yerin ağırlık merkezine uyguladığı çekim kuvvetiyle o noktadaki çekim kuvvetinin farkından dolayı oluşur. Gök cisminin yeryuvarı ağırlık merkezine uzaklığı  $D$ , kütlesi  $M$  ise cisimden  $r$  kadar uzaklıkta bulunan bir noktadaki gelgit ivmesinin büyüklüğü,  $G$  evrensel çekim sabiti olmak üzere,

$$g_M = \frac{GM}{r^2} - \frac{GM}{D^2} \quad (14)$$

biçiminde ifade edilir.  $r$  ve  $D$  zamana göre değişeceğinden bir noktaya etkiyen gelgit ivmesi de değişir. Noktanın ilgili gök cismine göre konumu belli türden periyodik olduğundan, ivme nedeniyle oluşan gelgit hareketi de periyodiktir. Yanı sıra, farklı gök cisimleri (öncelikle, Ay ve Güneş), (14) ile verilen biçimde değişik oranlarda nokta üzerine etkir, bu nedenle farklı periyodik yapılar iç içe geçer. Elastik yapıları farklı olduğu için yer üzerindeki noktalar (örneğin deniz ve karadaki noktalar), gelgit etkisine farklı tepki gösterir; ilgili noktaya özgü büyük oranda modellenebilen/gözlenebilen gelgit hareketi oluşur.

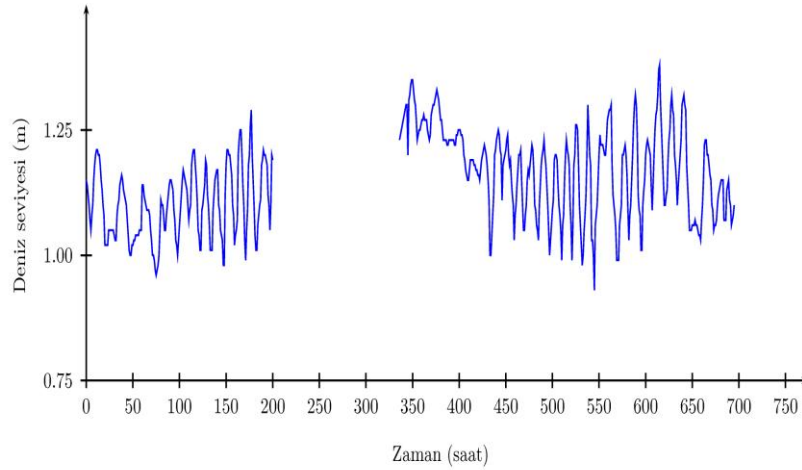
Bu çalışma deniz düzeyi gözlemlerinin yarı-günlük ve günlük gelgit bileşenlerinin kestirilmesi üzerine yapılmıştır. Bu nedenle gelgit bileşenlerinin periyotlarının deniz düzeyi hareketiyle benzerlik göstermesi beklenir (Tablo 1).

#### 4.3 Sayısal Araştırma

Uygulama kısmında Antalya Mareograf istasyonunun 1990 yılına ait saatlik gözlemler analiz edilmiştir. Söz konusu gözlemler, istasyonun analog (grafik) veri

ürettiği döneme aittir. Ancak, uygulamada kullanılan veriler, bu gözlemlerin Harita Genel Komutanlığınca sayısallaştırılıp kaba hataları düzeltildikten sonra elde edilen sayısal değerlerdir [15].

Analize işlemine başlamadan önce, veriler grafik haline getirilmiştir (Şekil 3). Böylece verilerde bulunan datum kayıklıkları, trend ve boşlukları açık olarak görülebilmektedir.



Şekil 3: Boşluklu bir veri örneği (1990 yılı nisan ayı)

Uygulamanın ilk aşaması; EKKSA algoritması kullanan, FORTRAN programlama dilinde kodlanmış *LSSA.exe* aracılığıyla yapılmıştır [6]. Programı çalıştırmadan önce “opt” uzantılı dosyaya, veri dosyasının adı, datum başlangıçları, trendin olup olmadığı gibi parametrelerin girilmesi gerekir.

Saatlik verilerin aylık gruplar halinde dönüştürülmesiyle analiz işlemlerine başlanmıştır. Kısa periyotlu bileşenleri belirlemek için, periyot aralığı 2 ile 40 saat arasında değişen değerler seçilmiştir. En uygun periyodu yakalayabilmek içinse periyot sayısı olarak 2000 yeterli görülmüştür. Program, her periyot için  $\omega$  açısal frekans değerleri hesaplamakta, eşitlik (5) de verilen formül yardımıyla bu frekansların spektral değerleri elde etmektedir. Eşitlik (6) ile de her spektral değer için yoğunlukları belirlenmektedir. Bu değerlerden güven seviyesinin üzerinde olanlar gizli periyodikliğin göstergesi olmaktadır. Bu şekilde her ay için işlem tekrarlanarak analiz tamamlanmıştır. Sonuçta; her ay için üç farklı periyot tespit edilmiştir (Tablo 2).

Tablo 2: EKKSA ile hesaplanan periyotlar (saat)

Aylar	1. periyot	2. periyot	3. periyot
-------	------------	------------	------------

Ocak	11,99	12,42	24,00
Şubat	11,99	12,44	24,10
Mart	11,94	12,40	...
Nisan	12,11	12,49	23,96
Mayıs	11,95	12,33	23,87
Haziran	11,96	12,39	24,00
Temmuz	12,05	12,41	24,04
Ağustos	12,03	12,42	23,87
Eylül	12,00	12,40	23,90
Ekim	11,98	12,41	23,81
Kasım	12,01	12,45	23,73
Aralık	11,98	12,42	23,87
Ortalama	12,00	12,41	23,92
Std. Sapma	0,05	0,04	0,10

Diğer yandan Fourier tekniği ile de benzer bir uygulama gerçekleştirilmiştir. Bu işlem için ilk yazar tarafından geliştirilen ve Matlab dilinde yazılmış kodlardan yararlanılmıştır. İşlem kolaylığı için Matlab'in kütüphanesindeki hızlı Fourier dönüşümü yapan *fft()* fonksiyonundan yararlanılmıştır. Fourier tekniğinde trendler süzülmediğinden, analiz öncesi doğrusal trend hesaplanmış ve verilerden çıkarılmıştır. EKKSA'da yönteminde olduğu gibi analiz işlemi; aylık verilerin analiziyle sonuçlandırılmıştır (Tablo 3).

Tablo 1 ile Tablo 3'deki analiz sonuçları karşılaştırıldığında; Fourier tekniği ile gerçek değere yakın sonuçlar kestirilmiştir. Buna karşın bozucu etmenlerin etkili olduğu aylarda (özellikle Nisan, Mayıs ve Haziran aylarında), analiz prosedürü doğru işlemeyip hiçbir değere ulaşamamıştır. Bu durum EKKSA'nın üstünlüğünü ortaya çıkarmaktadır. Bozucu etmenlere rağmen gerçek değerlere yakın sonuçlara EKKSA'nın ulaşabilmesi gürültülere karşı daha dayanıklı olduğunu göstermektedir (Tablo 2).

Tablo 3: Fourier Tekniği ile hesaplanan periyotlar (saat)

Aylar	1. periyot	2. periyot	3. periyot
Ocak	12,00	12,40	24,00
Şubat	12,00	12,46	24,00

Mart	12,00	12,43	...
Nisan	...	12,47	...
Mayıs	...	12,41	...
Haziran	...	12,43	...
Temmuz	12,00	12,41	24,00
Ağustos	12,00	12,41	...
Eylül	12,00	12,43	...
Ekim	12,00	12,41	...
Kasım	12,00	12,43	...
Aralık	12,00	12,41	24,00
Ortalama	12,00	12,43	24,00
Std. Sapma	0,00	0,02	0,00

Diğer yandan Fourier tekniğinde analizi yorumlama kısmında bir takım sıkıntılar ortaya çıkmıştır. EKKSA’da eşitlik (7) ile periyodiklik için belirli bir güven seviyesine göre karar verilirken, literatürde Fourier tekniği için benzer bir eşitlik henüz ortaya konmamıştır. Bu nedenle araştırmacının karar verme süreci önemli derecede sekteye uğramakta ve keyfi uygulamalar ortaya çıkmaktadır. Bu durum, Fourier tekniğinin bir diğer dezavantajı olarak değerlendirilebilir.

## **5. Sonuçlar**

Bu çalışmada zaman dizilerinin spektral analizi hakkında temel teori ve kavramlar açıklanmış, analiz işleminde kullanılan EKKSA ve Fourier teknikleri tanıtılarak, birer sayısal uygulama yapılmıştır.

Her iki yöntemde de dizilerdeki gizli periyodiklikler belirlenebilmektedir. Fakat yöntemler algoritma bakımından birbirinden farklıdır. Fourier analizde, periyodiklikler trigonometrik polinomlar yardımıyla ayrıştırılırken (decomposing), EKKSA’da ise periyodiklikler farklı frekans bantlarında modellenir (modelling). Ancak, EKKSA ortaya çıkardığı bilgi bakımından Fourier analizden daha ayrıntılıdır. Ayrıca, deneysel zaman dizilerinin yapısı gereği, EKKSA ile araştırmaya daha uygundur [19].

## **Bildirim ve Kabul**

Bu yayın Ramazan Alpay ABBAK'ın Yüksek Lisans tezinden yapılmıştır.

## **Kaynaklar**

- [1] Vaniček P. ve Krakiwsky E. J. 1986. Geodesy Concepts: Part 1, Elsevier Book Company, 2nd Edition, 748 p., Amsterdam
- [2] Vaniček, P. 1969a. Approximate Spectral Analysis by Least Squares, *Astrophysics Space Science*, 4, pp: 387—391.
- [3] Vaniček, P. 1969b. New analysis of the Earth pole wobbles. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 13, pp: 225—230.
- [4] Vaniček, P. 1971. Further Development and Properties of the Spectral Analysis by Least Squares, *Astrophysics Space Science*, 12, pp: 10—33.
- [5] Taylor J. ve Hamilton S. 1972. Some Tests of the Vaniček Method of Spectral Analysis, *Astrophysics and Space Science*, 17, pp: 357—367.
- [6] Wells D. E., Vaniček P. ve Pagiatakis S. D. 1985. Least Squares Spectral Analysis Revisited, Technical Report 84, Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Canada.
- [7] Craymer, M. R. 1998. The Least Squares Spectrum, Its Inverse Transform and Autocorrelation Function: Theory and Applications in Geodesy, PhD thesis, Graduate Department of Civil Engineering, University of Toronto, Canada.
- [8] Omerbashich M. 2003. Earth-Model Discrimination Method, PhD Thesis, Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Canada.
- [9] Mantegazza L. 1997. High Azimuthal Number Pulsation Modes in Fast Rotating  $\delta$  Scuti Stars: The Case of HD 101158=V837 Cen, *Astronomy and Astrophysics*, 23 pp: 844—852.
- [10] Espy, P. J. ve Witt G. 1996. Observations of a Quasi 16 Day Wave in the Polar Summer Mesospheric Temperature, *J. of Geophysical Research*, 102, pp: 1—32.
- [11] Jenkins G. M., ve Watts D. G. 1968. Spectral Analysis and Its Application, Holden-Day, San Francisco.
- [12] Rabiner L. R. ve Gold B. 1975. Theory and Application of Signal Processing, Prentice-Hall Inc, New Jersey.

- [13] Pagiatakis S. D. 2000. Application of the Least-Squares Spectral Analysis to Superconducting Gravimeter Data Treatment and Analysis. *Cahiers du Centre Europeen de Geodynamique et de Seismologie (ECGS)*. 17; pp: 103—113.
- [14] Pagiatakis S. D. 1999. Stochastic Significance of Peaks in the Least-Squares Spectrum, *Journal of Geodesy*, 73, pp: 67—78.
- [15] HGK, 1991. Erdek, Menteş/İzmir, Bodrum, Antalya Mareograf İstasyonları 1990 Yılı Saatlik Deniz Seviyesi Değerleri, Harita Genel Komutanlığı, Ankara.
- [16] Ainscow B., Blackman D., Kerrigde J., Pugh D., ve Shaw S. 1985. *Manual on Sea Level Measurement and Interpretation, Volume I*, UNESCO.
- [17] Wahr, J., 1995. Earth Tides, *Global Earth Physics, A Handbook of Physical Constants*, AGU Reference Shelf, 1, pp: 40—46.
- [18] Gürdal M. A. 2002. Deniz Seviyesi Değişimlerine Neden Olan Etkiler, *Harita Dergisi*, 27, sf: 19—33.
- [19] Abbak, R. A. 2005. Deniz Düzeyi Gözlemlerinin En Küçük Kareler Yöntemiyle Spektral Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.