

## SAF YÖNELİM HAREKETLERİNİ SAĞLAYAN ÜÇ SERBESTLİK DERECELİ BİR PARALEL PLATFORMUN KİNEMATİK VE DİNAMİK ANALİZİ

Rıdvan Uğur İNAL<sup>1</sup>, Mehmet Arif ADLI<sup>2</sup>, Bülent ÖZKAN<sup>1</sup>

<sup>1</sup>TÜBİTAK Savunma Sanayii Araştırma ve Geliştirme Enstitüsü, Ankara Türkiye

<sup>2</sup>Gazi Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Ankara Türkiye

ugur.inal@tubitak.gov.tr, arif.adli@gazi.edu.tr, bulent.ozkan@tubitak.gov.tr

### Özet

Paralel platformlarda, kullanılan eyleyici sayısı, mafsal sayısı ve bunların yerleşimi ile farklı sayılarda öteleme ve yönelim serbestlik dereceleri elde edilebilir. Bu çalışmada, görüntüleyici sistemlerin bulanıklık ve kontrol sistemi kararlılaştırma çevriminin başarımının sınıanabilmesi ihtiyacıyla, üç serbestlik dereceli paralel eksenli bir platform ile yüksek frekans ve düşük genlikli, saf yönelim hareketlerinin sağlanılabileceği bir sistem önerilmektedir. Kinematik analizler daha önceki çalışmalarda ele alınan ve bilinen formda yapılmış olup, daha önceki çalışmalarda mekanizmanın dinamik analizi için pek tercih edilmemiş olan Newton-Euler yöntemi uygulanmıştır. Bahsedilen yöntemlerle bilgisayar benzetimleri yapılmış ve elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Üç serbestlik dereceli paralel platform, kinematik analiz, dinamik modelleme, Newton-Euler yöntemi.

### KINEMATIC AND DYNAMIC ANALYSIS OF A THREE-DOF PARALLEL PLATFORM THAT PROVIDES PURE ROTATIONAL MOTION

#### Abstract

With parallel platform manipulators, it is possible to obtain different rotational and orientational degrees of freedom by using several number of actuator and joints. In this study, a type of spherical parallel manipulator is proposed to perform control system stabilization loop tests of imaging systems and blurring effect tests of optical systems are done by three degrees-of-freedom (DOF) manipulator with all pure rotational degrees of freedom. Kinematic analysis is done by applying the known

procedure from previous works for this parallel manipulator. However, dynamic analysis of this mechanism is done by Newton-Euler methodology, which is not popular on 3-DOF parallel platform with this type of leg configuration. Computational work has been done by following procedure and the simulation results are discussed.

**Keywords:** 3-DOF parallel platform, kinematic analysis, dynamic modelling, Newton-Euler method.

## 1. Giriş

Paralel eksenli manipulatörler, seri kollu manipulatörlerden farklı olarak yüksek yük kapasiteleri, yüksek dayanım, artan tepki hızı, yüksek doğruluk ve rijitlik gibi üstünlüklere sahiptir. Seri kollu manipulatörlerin gerçekleştiremeyeceği veya daha düşük başarımla sağlanmış olduğu hareket benzetimcileri, titreşim tezgahları, kararlılaştırma (stabilizasyon) platformları gibi sistemler paralel manipulatörler kullanılarak daha kolay gerçekleştirilebilmektedir. Fakat paralel eksenli mekanizmaların çalışma uzaylarının sınırlı olması, parametre değişkenliğinin çok olması, bozucu girişlerin sistemi ciddi şekilde etkileyip kolayca kararsız hale getirebilmesi, eyleyicilerin (kontrol uzuvlarının) birbirine paralel olması gibi etkenler nedeniyle paralel eksenli mekanizmaların eyletim ve kontrolünde zorluklar yaşanmaktadır. Bu zorluklar, çeşitli yöntemlerin geliştirilmesi ile aşılabilmektedir [1].

Paralel eksenli mekanizmalar Gough ve Stewart'ın ayrı ayrı yaptığı çalışmalar ile ortaya çıkmış olan 6 serbestlik dereceli Gough-Stewart Platformu (veya daha yaygın adı ile Stewart Platformu) olup, bu mekanizmalar oldukça önemli yer edinmişlerdir. Fakat paralel manipulatör gerektiren her uygulamada altı serbestlik dereceli hareketlerin tamamına gereksinimin duyulmayacağı anlaşılmıştır [2]. Bu nedenle daha düşük serbestlik dereceli paralel mekanizma çalışmaları yapılmıştır. Üç serbestlik dereceli paralel mekanizma Hunt [3] tarafından ileri sürülmüş, Lee ve Shah [1] tarafından kinematik ve dinamik analizler Newton-Euler yöntemi ile yapılmış olup bu konuda hatırı sayılır miktarda çalışma yayın ve çalışma yayın bulunmaktadır.

Üç boyutlu uzayda hareket edebilme imkanına sahip olan paralel eksenli mekanizmalar, öteleme yönünde üç adet ( $x, y, z$ ) ve dönme yönünde de üç adet ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) olmak üzere altı serbestlik derecesine sahip olabilir.

Artık eyletim (İng. redundant actuation) ile mekanizmanın serbestlik derecesi ve mekanizmanın maharet (İng. dexteriousness) özellikleri artırılabilen fakat bu durum, zaten karmaşıklık derecesi yüksek olan mekanizma dinamiğinin daha da karmaşılaşmasına ve denetim yükünün artmasına neden olabilmektedir.

Genellikle iki, üç, dört ve altı serbestlik dereceli paralel eksenli mekanizmalar istenilen uygulamalar için tercih edilmektedir. Özellikle altı serbestlik dereceli paralel eksenli platform Gough-Stewart Platformu olarak bilinmekte olup kullanım alanı oldukça fazladır. Serbestlik derecesi, bacaklarda aktif eleman olarak kullanılan eyleyici sayısına göre değişmektedir.

Bu çalışmada, her bir eksenindeki dönüş açıları ve hızları kontrol edilmek istendiği için üç parametrelili ( $q = [\phi \ \theta \ \psi]$  ile yönelim açıları ile kontrol edilen) bir sistem öngörülmüştür. Bu da üç serbestlik dereceli bir paralel eksenli platforma tekabül etmektedir.

Üç serbestlik dereceli paralel platformlar ise genel olarak, üç öteleme serbestlik dereceli (3T), dönme ve öteleme serbestlik dereceli platformlar (2R1T veya 2T1R) şeklinde olup, tam küresel paralel manipülatörler (3R) çalışma uzayının darlığı nedeni ile belirli türde amaçlar için kullanıldıkları için daha nadir olarak gözlemlenmiştir. Bu sistemlerde platformun tabana göre öteleme hareketini kısıtlayacak fakat açısal hareketlerine izin verebilecek türde bir pasif bacak yapısı da mevcuttur. Aksi takdirde, platform açısal hareketlerine eşlik eden ve istenmeyen parazitik hareketlerin oluşumuna karşı bir tedbir bulunmamış olacaktır.

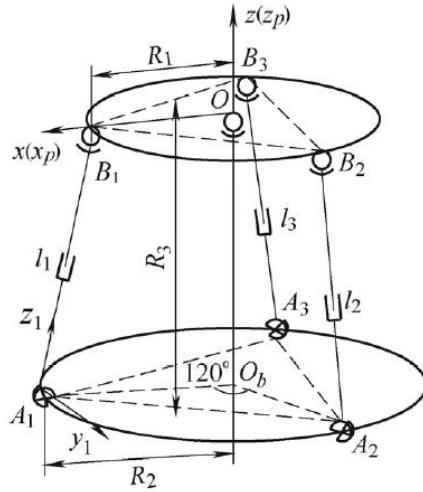
## 2. Materyal Metot

### 2.1 Mekanizmanın Analizi

Genel bir 3-UPS (İng. Universal-Prismatic-Spherical) manipülatörünün görseli Şekil 1 ile gösterilmiştir.

Her bacak, tabandan platforma, sırasıyla birer adet kardan (İng. Universal Joint), kayar (İng. Prismatic Joint) ve küresel (İng. Spherical Joint) mafsal ile bağlıdır. Bu bacak bağlantı şekli ile bacaklar kendi ekseninde yuvarlanma ve yunuslama serbestlik derecesine sahip olurken kendi ekseni etrafında dönmelerine izin verilmez. Her üç bacak da uçlarından, platformun oluşturduğu düzlemde ve tabanın oluşturduğu düzlemde bir eşkenar üçgenin köşelerine denk gelecek şekildeki noktalardan bağlıdır.

Bu nedenle, bacakları merkez nokta ile birleştiren doğrular birbiri ile 120 derecelik bir açı yapmaktadır. Burada, tabanın merkezinden platforma doğru çıkan bir dikme, bir küresel mafsal ile taban ve platform merkez noktalarını birbirine bağlayacak bir kinematik kısıt oluşturarak sistemin öteleme hareketleri kısıtlanır ve parazitik hareketlere karşı gürbüzlük sağlanır. Platform, bu hali ile üç adet dönme serbestliği kazanabilmektedir.



Şekil 1. Öteleme serbestliği kısıtlanmış bir 3-UPS paralel manipülatör [4].

## 2.2 3-UPS Manipülatörünün Devingenlik Analizi

Mekanizmanın devingenlik (İng. mobility) analizi Grübblers denklemleri ile yapıldığında, serbestlik derecesinin üç olduğu aşağıdaki eşitlik yardımıyla görülmektedir.

$$m = \lambda(l - j - 1) + \sum_{i=1}^n f_i \quad (1)$$
$$= 6(3 - 6 + 1) + 3 * (1 + 1 + 3) = 3$$

Burada;

$m$  : mekanizmanın serbestlik derecesi,

$\lambda$  : mekanizmanın bulunduğu uzayın serbestlik derecesi,

$l$  : uzuv sayısı,

$j$  : mafsal sayısı,

$f_i$  : her bir mafsalın serbestlik derecesidir.

### 3. Mekanizmanın İncelenmesi

#### 3.1 Ters Kinematik Analiz

Paralel robotik yapılar için ters kinematik analiz, kartezyen uzayda hareketli platformu belirli bir konum ve yönetime getirmek için eklem uzayında, eyleyicilerin yardımı ile uzuvların gerçekleştirilmesi gereken öteleme veya dönme hareketlerinin elde edilmesidir. Altı serbestli dereceli Stewart platformu için oldukça fazla sayıda ters kinematik analize değinilmiş olup, benzer yaklaşım ilgilenilen üç serbestlik dereceli platforma aşağıdaki gibi uyarlanmıştır [5].

Şekil 1’de görüldüğü gibi, yönelim matrisi  ${}^A_B R$  olmak üzere, sabit {A} eksen takımında gösterilen taban ile, hareketli {B} eksen takımında iliştilen hareketli platformun köşeleri ile merkezindeki bağlantılar yardımı ile kapalı kinematik bir halka elde edilmiş olup aşağıdaki denklem yazılabilir.

$${}^A b_i = x + {}^A_B R \cdot {}^B b_i \quad (2)$$

Burada, {B} eksen takımında tanımlı olan hareketli platformun bağlantı noktaları  ${}^B b_i$ , {A} eksen takımında  ${}^A b_i$  şeklinde ifade edilmiştir. Taban ve hareketli platformun bağlantı noktaları arasındaki vektör  $\vec{L}_i$

$$\vec{L}_i = \vec{b}_i - \vec{a}_i \quad (3)$$

ve taban ile platform eksen takımları arasındaki uzunluğu vektörel olarak ifade eden  $x$  ise

$$\vec{x} = {}^A \vec{P}_{Borg} \quad (4)$$

şeklinde elde edilir. Sabit eksen takımına göre, hareketli eksenin yönelimini ifade eden yönelim matrisi ise 313 Euler açıları kullanılarak aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$${}^A_B R = \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi & 0 \\ s\phi & c\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Burada, c ve s harfleri sırasıyla kosinüs ve sinüs trigonometrik fonksiyonlarını,  $\phi$  açısı z-ekseninde istenen yönelim miktarını,  $\theta$  açısı yeni oluşan eksen takımına göre x-ekseninde istenen yönelim miktarını,  $\psi$  açısı ise en son oluşan eksen takımına göre z-ekseninde istenen yönelim miktarını derece olarak temsil etmektedir. Platformun açılmal hızı  $\vec{\omega}$  ve açısal ivmesi  $\vec{\alpha}$  ise aşağıdaki gibidir.:

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}c\phi + \dot{\psi}s\phi s\theta \\ \dot{\theta}s\phi - \dot{\psi}c\phi s\theta \\ \dot{\phi} + \dot{\psi}c\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}\phi s\phi + \dot{\psi}\dot{\phi}c\phi s\theta + \dot{\psi}\dot{\theta}s\phi c\theta + \ddot{\theta}c\phi + \ddot{\psi}s\phi s\theta \\ \ddot{\theta}\phi c\phi + \dot{\psi}\dot{\phi}s\phi s\theta - \dot{\psi}\dot{\theta}c\phi c\theta + \ddot{\theta}s\phi - \ddot{\psi}c\phi s\theta \\ -\dot{\psi}\dot{\theta}s\theta + \ddot{\phi} + \ddot{\psi}c\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

Taban ve hareketli platformun bağlantı noktaları arasındaki uzunluk  $l_i$  ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$l_i = \sqrt{L_i \cdot L_i^T} = \sqrt{(b_{ix} - a_{ix})^2 + (b_{iy} - a_{iy})^2 + (b_{iz} - a_{iz})^2} \quad (8)$$

$\vec{L}_i$  vektörünün doğrultusunu temsil eden birim vektör ( $\hat{n}_i$  vektörü), bahsedilen vektörün normuna bölünmesi ile elde edilir.

$$\hat{n}_i = \frac{\vec{L}_i}{l_i} \quad (9)$$

Denklem (4) ve (5) ile mekanizmanın ters kinematik analizi yapılarak bacak uzama miktarları belirlenebilir.

### 3.2 Bacak Kinematik Parametreleri

Daha önceki çalışmalarda üç serbestlik dereceli paralel manipülatörler için temel ters dinamik analizler Lagrange yöntemi ile elde edilmiştir [5]. Bu çalışmada ise Newton-Euler yöntemi ile ilgili analiz yapılacaktır.

Hareketli platforma bağlantı noktalarının hızı  $\vec{b}_i$ , Denklem (1)'in türevi alınarak elde edilir.

$$\vec{b}_i = \dot{\vec{x}} + \vec{\omega} \times {}^A_B R \cdot {}^B b_i \quad (10)$$

Burada oluşturulan mekanizma hareketli platformun sadece yönelim hareketlerini yapmasına izin verdiği için öteleme hareketleri ve bunların türevi bulunmamaktadır.

$$\dot{\vec{x}} = \ddot{\vec{x}} = 0 \quad (11)$$

$$\vec{b}_i = \omega \times {}^A_B R \cdot {}^B b_i \quad (12)$$

Bacak uzama hızları  $\dot{l}_i$  ise aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\dot{l}_i = \vec{b}_i \cdot \vec{n}_i = \omega \times {}^A_B R \cdot {}^B b_i \cdot \vec{n}_i \quad (13)$$

Eklem hızları ile tabla açısal hızları arasındaki ilişkiyi tanımlayan Jacobian matrisi  $J_1$  ise aşağıdaki gibidir:

$$\dot{l}_i = J_i \cdot \omega \quad (14)$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} {}^A_B R \cdot {}^B b_1 \times \vec{n}_1 \\ {}^A_B R \cdot {}^B b_2 \times \vec{n}_2 \\ {}^A_B R \cdot {}^B b_3 \times \vec{n}_3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (15)$$

$$\dot{l}_i = J_1^{-1} J_2^{-1} \dot{q} \quad (16)$$

$$\dot{q} = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}] \quad (17)$$

$$J_2 = [\omega]_{3 \times 3} \quad (18)$$

$$J = J_1 J_2 \quad (19)$$

Hareketli platformun bağlantı noktasının ivmesi  $\vec{b}_i$  ise, hız denkleminin türevinin alınması ile bulunur.

$$\vec{b}_i = \alpha \times {}^A_B R \cdot {}^B b_i + \omega \times (\omega \times {}^A_B R \cdot {}^B b_i) \quad (20)$$

Bacak uzama ivmeleri  $\ddot{l}_i$  ise aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\ddot{l}_i = \ddot{b}_i n_i + b_i \dot{n}_i = \ddot{b}_i n_i + b_i (\omega \times n_i) \quad (21)$$

Burada, bacak uzama doğrultusundaki birim vektörün türevi ise denklem (9) yardımıyla, aşağıdaki gibi bulunmaktadır:

$$\dot{n}_i = (\omega \times n_i) \quad (22)$$

$$\vec{L}_i = l_i \vec{n}_i \quad (23)$$

$$\vec{n}_i = \frac{\vec{L}_i l_i - \vec{L}_i \dot{l}_i}{l_i^2} \quad (24)$$

$$l_i = \sqrt{\vec{L}_i \cdot \vec{L}_i} \quad (25)$$

Denklem ( 8 ) yardımıyla;

$$\dot{l}_i = \frac{1}{2} (L_i \cdot L_i^T)^{-\frac{1}{2}} (\vec{L}_i \vec{L}_i + \vec{L}_i \vec{L}_i) \quad (26)$$

ve bacak uzama hızı vektörünün türevi;

$$\vec{L}_i = \omega \times {}^A_B R \cdot {}^B b_i \quad (27)$$

### 3.3 Mafsal Kinematik Parametreleri

Mekanizmanın taban ile bacak arasındaki bağlantısı kardan mafsalı (*İng.* universal joint) ile sağlanmaktadır. Kardan mafsalı iki serbestlik dereceli bir eklem yapısı olup bacağın yere göre birbirine dik iki ekseninde dönüş hareketi yapmasına izin verir. Mekanizmanın dinamik analizi için bacağın ve bacak bileşenlerinin kinematik özellikleri bilinmelidir.

Platform üzerinde bir halka kapanış denklemi yazılacak olursa;

$${}^A b_i = l_i \hat{n}_i + {}^A a_i \quad (28)$$

Bu denklemin türevi;

$${}^A \dot{b}_i = \vec{w}_i \times l_i \hat{n}_i + \dot{l}_i \hat{n}_i \quad (29)$$

ve ikinci türevi;

$${}^A \ddot{b}_i = \alpha \times l_i \hat{n}_i + \vec{w}_i \times (\vec{w}_i \times l_i \hat{n}_i) + 2\vec{w}_i \times \dot{l}_i \hat{n}_i + \ddot{l}_i \hat{n}_i \quad (30)$$

şeklindedir. Kardan mafsalı iki serbestlik dereceli bir eklem yapısı olduğu hatırlanarak bacak bileşenlerinin açısal hızları aşağıdaki yol ile elde edilebilir.

$$\dot{l}_i = {}^A \dot{b}_i \cdot \hat{n}_i \quad (31)$$

Şekil 2’de görülen  $\hat{u}_i$  eksenini, kardan mafsalının sabit olan dönme eksenini temsil etmektedir.  $\hat{v}_i$  eksenini ise,  $\hat{u}_i$  eksenine dik olan ikinci dönme eksenidir.  $\hat{v}_i$  vektörü, birbirine dik olan vektörler cinsinden aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\hat{v}_i = \frac{\hat{u}_i \times \hat{n}_i}{\|\hat{u}_i \times \hat{n}_i\|} \quad (32)$$

Bacak açısal hızı  $\hat{u}_i$  ve  $\hat{v}_i$  eksenindeki açısal hızların cebirsel toplamıdır.

$$\vec{w}_i = w_{ui} \hat{u}_i + w_{vi} \hat{v}_i \quad (33)$$



Burada;

$$w_{ui} = \frac{-\left(\vec{b}_i - l_i \vec{n}_i\right) \cdot \hat{v}_i}{l_i \hat{n}_i \cdot \hat{c}_i} \quad (34)$$

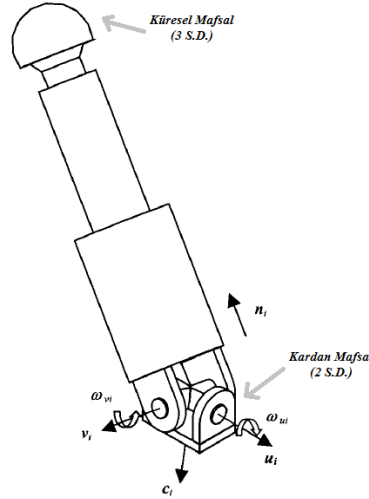
$$w_{vi} = \frac{\left(\vec{b}_i - l_i \vec{n}_i\right) \cdot \hat{u}_i}{l_i \hat{n}_i \cdot \hat{c}_i} \quad (35)$$

olarak elde edilebilir. B iki birim vektöre dik olan üçüncü eksenin birim vektörü  $\hat{c}_i$  ise;

$$\hat{c}_i = \hat{u}_i \times \hat{n}_i \quad (36)$$

eşitliği ile elde edilir. Bacak uzama ivmeleri ise şu şekildedir.

$$\ddot{l}_i = \ddot{b}_i \cdot \hat{n}_i - l_i \left( \vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times l_i \hat{n}_i) \right) \cdot \hat{n}_i \quad (37)$$



Şekil 2. Mekanizmanın bacak yapısı [6].

Bacak açısal ivmeleri  $\vec{\alpha}_i$ ,  $\hat{u}_i$  ve  $\hat{v}_i$  eksenindeki açısal ivmeler ile, bunların  $\hat{c}_i$  eksenindeki etkilerinin cebirsel toplamıdır.

$$\vec{\alpha}_i = \alpha_{ui} \hat{u}_i + \alpha_{vi} \hat{v}_i + w_{ui} w_{vi} \hat{c}_i \quad (38)$$

Bacak açısal ivmeleri ise şu şekilde bulunabilir.

$$\alpha_{ui} = \frac{-\vec{b}_i' \cdot \hat{v}_i}{l_i \hat{n}_i \cdot \hat{c}_i} \quad (39)$$

$$\alpha_{vi} = \frac{\vec{b}_i' \cdot \hat{u}_i}{l_i \hat{n}_i \cdot \hat{c}_i} \quad (40)$$

olup  $\vec{b}'_i$  ise aşağıdaki terimler toplamını temsil etmektedir:

$$\vec{b}'_i = \vec{b}_i - w_{ui}w_{vi}l_i\hat{c}_i \times \hat{n}_i - \ddot{l}_i\hat{n}_i - 2\dot{l}_i\vec{w}_i \times \hat{n}_i - l_i\vec{w}_i \times (\vec{w}_i \times \hat{n}_i) \quad (41)$$

Bacağın, kardan mafsala bağlanan piston kısmının ağırlık merkezine etki eden eylemsizlik ivmesi  $\vec{\alpha}_{i1}$ ;

$$\vec{\alpha}_{i1} = l_1\vec{w}_i \times (\vec{w}_i \times \hat{n}_i) + l_1\vec{\alpha}_i \times \hat{n}_i \quad (42)$$

bacağın küresel mafsala bağlanan silindir kısmının ağırlık merkezine etki eden eylemsizlik ivmesi ise;

$$\vec{\alpha}_{i2} = (l_i - l_2)\vec{w}_i \times (\vec{w}_i \times \hat{n}_i) + (l_i - l_2)\vec{\alpha}_i \times \hat{n}_i + 2\vec{w}_i \times \dot{l}_1\hat{n}_i + \ddot{l}_i\hat{n}_i \quad (43)$$

şeklindedir.

### 3.4 Ters Dinamik Analiz

Mekanizmanın dinamik analizine, platforma uygulanan kuvvet ve bacaklara karşılığı olan tepki kuvvetlerini bulmak ile başlanılabilir. Platforma bacak tarafından etkilenen kuvvet  $\vec{F}_i$ , bacak ekseninde  $\vec{F}_i^a$  ve bacak eksenine dik olan  $\vec{F}_i^n$  şeklinde iki bileşene ayrılabilir.

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^a + \vec{F}_i^n \quad (44)$$

Bacakların tabana bağlantısı iki serbestlik dereceli kardan mafsalı ile gerçekleştiği için bacağa  $\hat{c}_i$  eksenini etrafında etkiyen bir tepki momenti olacaktır. Bu moment  $\vec{M}_i$  ile gösterilebilir.

$$\vec{M}_i = m_i\hat{c}_i \quad (45)$$

Yerçekimi ivmesi  $-z$  eksenini doğrultusunda etki ettiği için;

$$\vec{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (46)$$

Şekil 3'te de görülebileceği gibi, taban ile silindirin ağırlık merkezi arasındaki mesafe  $l_1$ , platform ile piston arası mesafe  $l_2$ , piston ve silindirin kütleleri sırasıyla  $m_1$  ve  $m_2$  olmak üzere bacakların tabana bağlandığı  $A_i$  noktasında moment eşitliği yazılarak;



Simetrik silindirik yapıya sahip olduğu kabul edilen platform için kuvvet eşitliği yazılarak

$$\vec{F}_i^a = f_i^a \hat{n}_i \quad (54)$$

$$-\sum_{i=1}^3 f_i^a \hat{n}_i - \sum_{i=1}^3 \vec{F}_i^n + m_p \vec{G} + \vec{F}_0 = m_p \ddot{x}_p \quad (55)$$

elde edilir. Platformun merkezi için moment eşitliği

$$m_p \vec{r} \times \vec{G} - \sum_{i=1}^3 f_i^a {}^A R^B \vec{b}_i \times \hat{n}_i - \sum_{i=1}^3 {}^A R^B \vec{b}_i \times \vec{F}_i^n + \sum_{i=1}^3 \vec{M}_i = \bar{I}_P \ddot{\alpha} - \bar{I}_P (\omega \times \omega) + m_p \vec{r} \times \ddot{x}_g \quad (56)$$

şeklinde yazılır. Burada platformun ivmesi  $\ddot{x}_g$ ;

$$\ddot{x}_g = \alpha \times \vec{r} + \omega (\omega \times \vec{r}) \quad (57)$$

Platform kütle merkezinin platform eksen takımına olan  $\vec{r}$  uzaklığı vektör cinsinden;

$$\vec{r} = {}^A R^B \vec{r} \quad (58)$$

Platformun eylemsizliği, sabit eksen yerine hareketli platform eksenini üzerinde tanımlanmak istenirse;

$$\bar{I}_P = {}^A R^B \bar{I}_P {}^A R^T \quad (59)$$

elde edilir. Eksenel kuvvet büyüklükleri aşağıdaki denklem sistemi yardımı ile bulunabilir:

$$\begin{bmatrix} f_1^a \\ f_2^a \\ f_3^a \end{bmatrix} = \vec{J}_1^T \vec{C} \quad (60)$$

Burada, C matrisi şöyle ifade edilmektedir;

$$\vec{C} = \left[ m_p \vec{r} \times (\vec{G} - \ddot{x}_g) - \bar{I}_P (\ddot{\alpha} + \omega \times \omega) - \sum_{i=1}^3 {}^A R^B \vec{b}_i \times \vec{F}_i^n - \sum_{i=1}^3 \vec{M}_i \right] \quad (61)$$

Eyleyicinin uygulaması gereken eyletim kuvvetleri ise her bir bacak için, aksenal kuvvetler, tepki kuvvetleri ve yerçekiminden dolayı doğan kuvvetlerin bileşkesidir.

$$f_i = m_2 \vec{\alpha}_{i1} \cdot \hat{n}_i - f_i^a - m_2 \vec{G} \cdot \hat{n}_i \quad (62)$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} m_2(\vec{\alpha}_{12} - \vec{G}) \cdot \hat{n}_1 \\ m_2(\vec{\alpha}_{22} - \vec{G}) \cdot \hat{n}_2 \\ m_2(\vec{\alpha}_{32} - \vec{G}) \cdot \hat{n}_3 \end{bmatrix} - J_1^T \vec{C} \quad (64)$$

Eklem uzayında elde edilmiş olan bu eyletim kuvvetleri, Jacobian matrisi ile işleme tutularak, kartezyen uzayda platforma etki eden torklar aşağıdaki denklemler yoluyla elde edilebilir.

$$\vec{\tau} = J^{-T} \vec{F} \quad (65)$$

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}$$

$$\vec{\tau} = J^{-T} \begin{bmatrix} m_2(\vec{\alpha}_{12} - \vec{G}) \cdot \hat{n}_1 \\ m_2(\vec{\alpha}_{22} - \vec{G}) \cdot \hat{n}_2 \\ m_2(\vec{\alpha}_{32} - \vec{G}) \cdot \hat{n}_3 \end{bmatrix} - J_2^{-T} \vec{C} \quad (66)$$

## 4. Bulgular

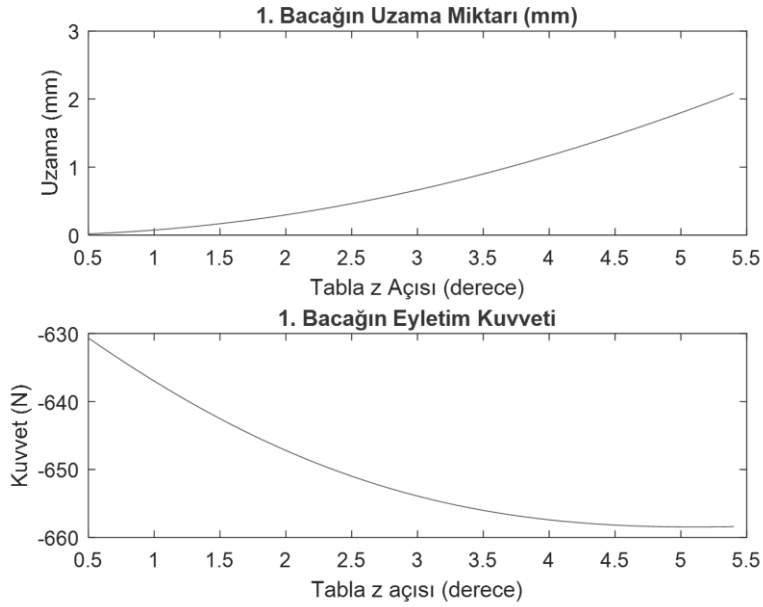
### 4.1 Bilgisayar Benzetimleri

Paralel eksenli mekanizmalar için ters kinematik ve dinamik analizler uygun bir şekilde elde edilip, uygun programlama dilleri kullanılarak bilgisayar benzetimleri gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada, MATLAB® paket programı kullanılarak Bölüm 2’de verilen ters kinematik ve dinamik analizlerin benzetim ortamına aktarılması hedeflenmiştir.

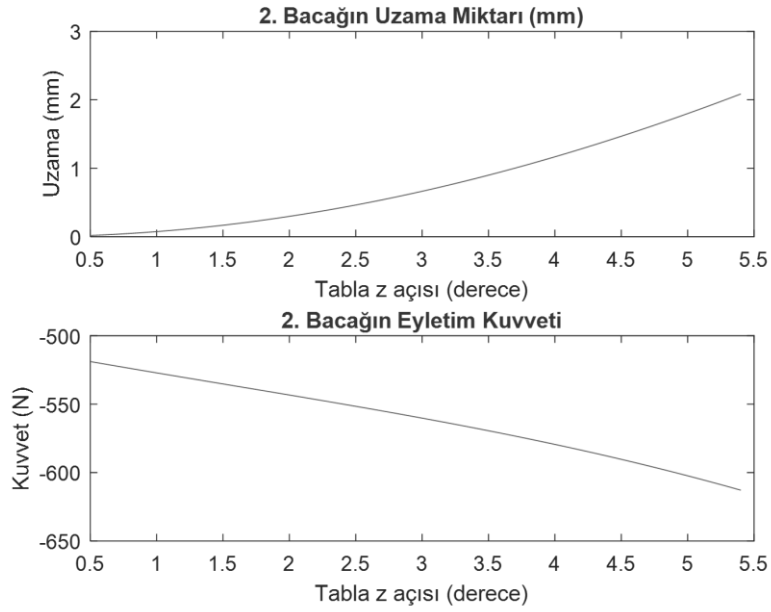
Benzetimlerde kullanılan sabitler ve bazı parametreler ise Tablo 1 ile verilmiştir.

Tablo 1. Üç eksenli paralel mekanizmanın parametreleri

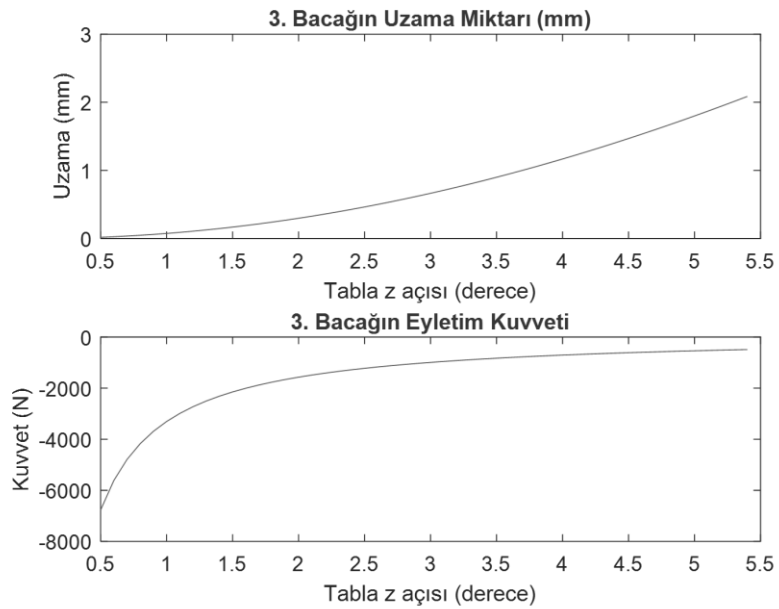
#	Parametre	Birim	Değer	#	Parametre	Birim	Değer
1	Taban Yarıçapı	m	0.11	7	$m_2$	kg	0.411
2	Platform Yarıçapı	m	0.1	8	$\dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\psi}$	°/s	2
3	${}^A\vec{P}_{Borg}$	m	0,2	9	$\ddot{\theta}, \ddot{\phi}, \ddot{\psi}$	°/s <sup>2</sup>	4
4	$l_1$	m	0.135	10	$m_p$	$m_p$	1.82
5	$l_2$	m	0.33	11	$I_{pa}$	$I_{pa}$	0.0046
6	$m_1$	kg	11.473	12	$I_{pn}$	$I_{pn}$	0.0091



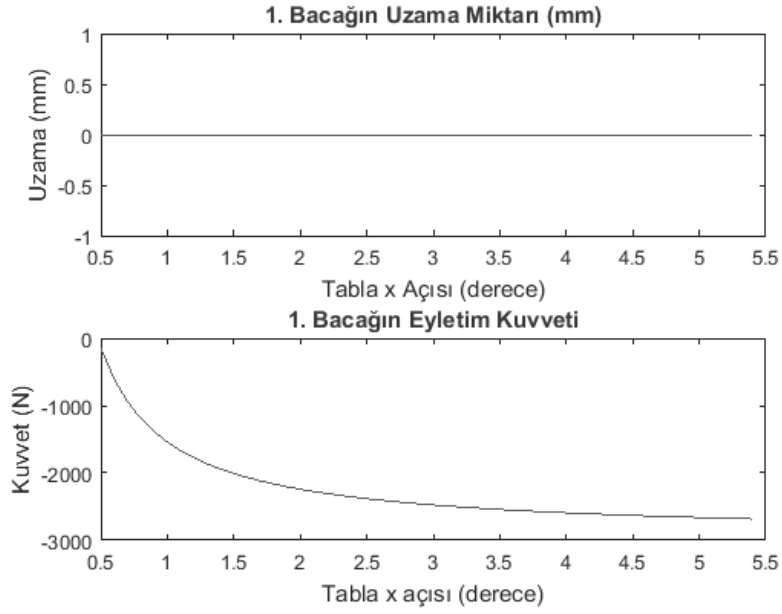
Şekil 4.  $R_z(\phi)$  için birinci bacağı uzama miktarı ve eyletim kuvveti



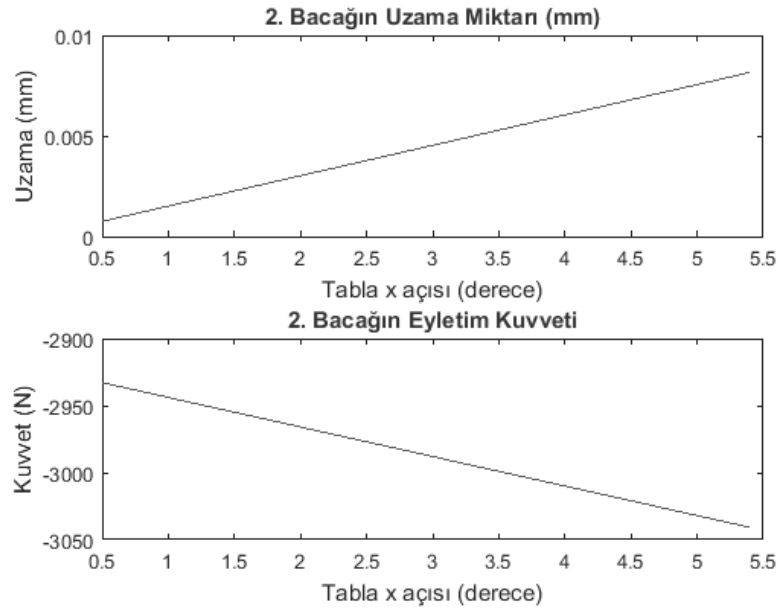
Şekil 5.  $R_z(\phi)$  için ikinci bacağın uzama miktarı ve eyletim kuvveti



Şekil 6.  $R_z(\phi)$  için üçüncü bacağın uzama miktarı ve eyletim kuvveti

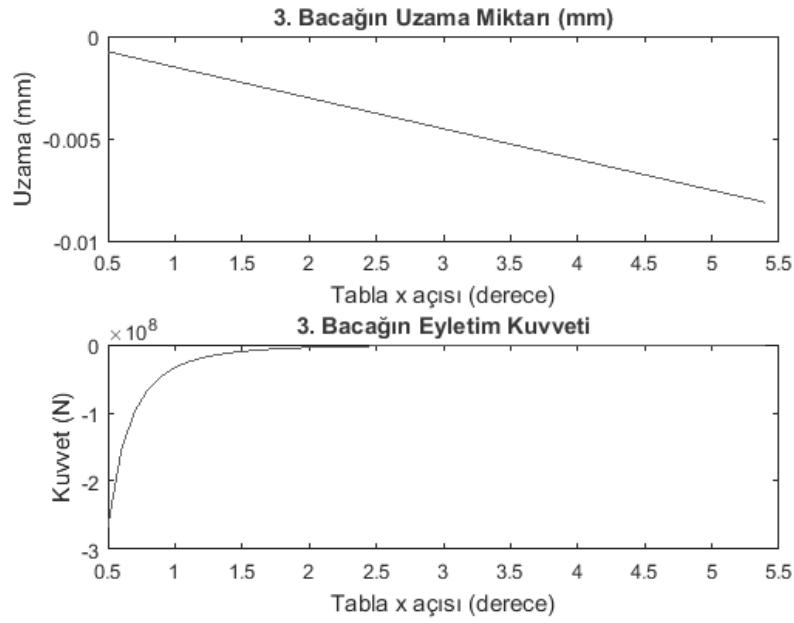


Şekil 7.  $R_x(\phi)$  için birinci bacağın uzama miktarı ve eyletim kuvveti



Şekil 8.  $R_x(\phi)$  için ikinci bacağın uzama miktarı ve eyletim kuvveti





Şekil 9.  $R_x(\phi)$  için üçüncü bacağın uzama miktarı ve eyletim kuvveti

#### 4.2 Bilgisayar Benzetimlerinin Değerlendirilmesi

Üç eksenli paralel platformun kinematik analizleri ve dinamik modellemesi benzetim ortamında gerçekleştirilmiştir. Dinamik modellemenin benzetiminde de önceki bölümlerde kullanılan Newton-Euler yöntemi esas alınmış olup, mekanizmanın platformunun X ve Z eksenlerinde hareketleri, 0,5 ila 5,5 derece arasında 0,1 derece aralıklarla taranmıştır. Benzetim çıktıları ise açığa karşı bacak uzama boyları ve yine açığa karşı bacak eyletim kuvvetleri olarak alınmıştır.

Bacak uzama miktarları ve bacak eyletim kuvvetlerinin, istenen platform açısall yönelimine göre değişim grafikleri,  $R_x$  ve  $R_z$  ekseni için Şekil 4, Şekil 5, Şekil 6, Şekil 7, Şekil 8 ve Şekil 9'da verilmiştir.

Üç eksenli paralel kararlılaştırma platformu, evrilmiş sarkaç modelinde olduğu gibi doğası gereği kararsız bir dinamik yapıya sahiptir. Ayrıca platformun ve tabanın X ve Y eksenlerinin birbirine paralel olduğu ve Z eksenlerinde de eş eksenli olduğu  $[\phi \ \theta \ \psi] = [0 \ 0 \ 0]$  yönelimi, mekanizmanın kinematik tekillik gösterdiği bir yönelime denk gelmektedir. Bu nedenlerle kinematik tekillik yöresinde eyletim kuvvetlerinin yüksek olması beklenmektedir ve benzetim sonuçlarında da bu durum gözlemlenmiştir. Tam da bahsedilen durumda kinematik tekillik sonucu istenen konuma ulaşılamaz. Kinematik tekilliğin olduğu bu bölgelerden kaçınılarak uygun yörünge tasarımının önemi bu kapsamda açığa çıkmaktadır.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, mevcut 3-UPS manipülatörlerine tabla merkezlerini birbirine bağlayan pasif bacak entegre edilmesi suretiyle düşük genlikli dönel hareketleri gerçekleştirebilecek bir mekanizmanın analizi Newton-Euler yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Mekanizma için bilgisayar benzetimleri yapılmış olup üç serbestlik dereceli UPS paralel manipülatörlerin kısıtlarının, bacak bağlantı düzenine eyletimsiz bir bağlantı eklenerek sınırlanması sonucunda parazitik hareketlerin önüne geçilebilmesi hedeflenmiştir. Üç eksenli paralel kararlılaştırma platformu, doğası gereği kararsız bir dinamik yapıya sahip olması ve platformun sıfır derece yönelimi kinematik tekillik durumuna teşkil etmektedir. Bu nedenlerle kinematik tekillik yöresinde eyletim kuvvetlerinin yüksek olması beklenmektedir ve benzetim sonuçlarında da bu durum gözlemlenmiştir. Bir nokta etrafında hareket kabiliyeti olan manipülatörün çalışma uzayı, alt ve üst kısımlarından kesilmiş bir küre formunda olacak ve genel 3-RPS manipülatörlerin çalışma uzayından daha dar olacaktır. Bu durum, yüksek frekanslı ve düşük genlikli açısız hareket profili sağlaması beklenen bir test düzeneği için bir sorun teşkil etmeyecektir.

## Kaynaklar

- [1] K.-M. Lee, D.K. Shah, Kinematic analysis of a three-degrees-of-freedom in-parallel actuated manipulator, IEEE Journal on Robotics and Automation, 4(3) (1988) 354-360.
- [2] Rao P. S., Rao N. M., "Position Analysis of Spatial 3-RPS Parallel Manipulator," International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, Vol. 2, No. 2, pp. 80-90, April 2013.
- [3] Hunt K. H., "Structural kinematics of in-parallel actuated robot arms," ASME J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, vol.105, No.4, pp. 705-712, 1983.
- [4] Zhang, L., Guo, F., Li, Y. ve ark. Global Dynamic Modeling of Electro-Hydraulic 3-UPS/S Parallel Stabilized Platform by Bond Graph, Chin. J. Mech. Eng. (2016) 29: 1176.
- [5] Staicu, S., Dynamics of the spherical 3-UPS/S parallel mechanism with prismatic actuators. Multibody System Dynamics. (2009), 22. 10.1007/s11044-009-9150-x.

- [6] Harib K., Srinivasan K., Kinematic and dynamic analysis of Stewart platform-based machine tool structures, *Robotica* (21) (2003) 541-554.
- [7] Tsai L.W., *Robot analysis and design: the mechanics of serial and parallel manipulators*. ch. 10, New York, NY, John Wiley & Sons, 1999.