BİR MANYETİK SİSTEMİN MAXWELL 3D ALAN SİMÜLATÖRÜ İLE STATİK MANYETİK ANALİZİNİN ÇÖZÜM SÜREÇLERİ

Ahmet FENERCİOĞLU¹ İlhan TARIMER²

¹Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Turhal MYO, <u>af@gop.edu.tr</u> ²Muğla Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, <u>itarimer@mu.edu.tr</u>

Özet

Bu çalışmada Ansoft firmasının "Maxwell 3D" isimli statik manyetik çözücüsü incelenmistir. Statik manyetik alan cözücü Sonlu Elemanlar Yöntemiyle 3 boyutlu analiz yapmaktadır. Öncelikle modellenecek sistem dörtyüzlü elemanlara bölünür ve sonlu elemanlar ağı oluşturulur. Çözüm sürecinde iterasyonlarla ağlar iyileştirilerek hata azaltılır. Alan çözümüne başlamadan önce iletkenlerdeki iletim akımının simülasyonu yapılır ve alan çözümü başlar. Sonlu eleman ağındaki her dörtyüzlü elemanın kenarlarının orta noktalarındaki H manyetik alan şiddeti akım yoğunluğu kullanılarak hesaplanmaktadır. Manyetik nüve malzemesinin doğrusal olmaması halinde Newton-Raphson yöntemi manyetik alan siddeti, *H* hesaplaması için kullanılmaktadır. Ayrıca doğrusal olmayan bir problemin çözümünün doğrusal bir yaklaşımla yapılması için, malzemenin B-H eğrisi kullanılır. Bu yaklaşım ile H'nin doğrusal olmayan çözümü için yakın sonuçlar elde edilir. Cözücü tamamladığı cözümü bir dosyaya yazar ve hata analizini icra eder. Çözücü adaptif analiz ile en hatalı dörtyüzlü elemanları küçülterek, belirlenen kriter yerine gelene kadar çözüme devam eder. Sonuç olarak endüktans değerleri hesaplanır, akım yoğunluğu, manyetik alan şiddeti, manyetik akı yoğunluğu, kuvvetler ve torklar genlik ve vektörel olarak elde edilir. Ayrıca 6/4 kutuplu bir ARM'nin ve 6 kutuplu bir alternatörün statik manyetik çözümü ile elde edilen parametrik ve görsel sonuçları örneklendirilmiştir.

Anahtar kelimeler: Statik manyetik analiz, sonlu elemanlar analizi, statik manyetik alan

221

SOLUTION PROCESSES OF A MAGNETIC SYSTEM'S MAGNETOSTATIC ANALYSIS WITH MAXWELL 3D FIELD SIMULATOR

Abstract

In this study, "Maxwell 3D", a magnetostatic solver of Ansoft, has been examined. Magnetostatic field solver carries out 3 dimensional analysis by Finite Element Method. Firstly, the system to be modelled is divided to tetrahedra and the finite element mesh is composed. In solution process error is reduced by refining the mesh through iterations. Before starting field solution, conduction current in all conductors is simulated and field solution starts. Magnetic field intensity, H, at the vertices and midpoints of the edges of each tetrahedron in the finite element mesh is calculated by using current density. In the case of non-linear core materials, the Newton-Raphson method has been adopted for computation of magnetic field intensity, H. The B-H curve of the core material is used for the solution of the nonlinear problem through a linear approach. With this approach approximate results are obtained for the nonlinear solutions of H. The solver writes the completed solution into a file and performs an error analysis. In an adaptive analysis, it refines the tetrahedra with the highest error, and continues to the solutions until the designated criterion is met. As a result inductance values are calculated, current density, magnetic field intensity, magnetic flux density, forces and torques are obtained in both magnitude and vector quantities. The parametric and visual results of 6/4-pole SRM and 6-pole alternator which have been obtained by magnetostatic solution have been sampled.

Keywords: Magnetostatic analysis, Finite Element Analysis, magnetostatic field

Journal of Selcuk-Technic Volume 6, Number:3-2007

1. Giriş

Bilgisayar destekli tasarım manyetik aygıt endüstrisinde rüştünü ispatlamıştır. 1960'lı yılların başlangıcında deneysel fizik topluluğunun bilgisayar destekli mıknatıs tasarımından sonra CAD (Computer Aided Design : Bilgisayar Destekli Tasarım) yazılımı endüstriyel tasarımcı için vazgeçilmez olmuştur. Manyetik analiz ve tasarım calısmalarında bazı ticari CAD sistemleri halen mevcuttur ve çok daha fazla yazılım paketleri büyük endüstriyel firmalar tarafından ilgili amaçlar doğrultusunda kullanılmaktadır. Çeşitli CAD yazılım sistemlerinin kapasiteleri değişmekle birlikte, bu yazılım sistemlerinin tamamının yöntembilim ve amaçları ortak bir paydayı paylaşmaktadır. Buna göre çözüm yöntemlerindeki yaklaşımlar, hesaplanabilecek büyüklükler ve hesaplama sonuçlarının tasarımcının ihtiyaçlarını karşılamadaki başarısı önemli bir yer tutar. Elektrik makinalarının tasarımında CAD yazılımlarının sağladığı veni ve güclü analiz teknikleri, mevcut analitik hesap teknikleri vanında oldukca hızlı ve net sonuçlar alınmasına yardım etmektedir. CAD'in bu güçlü etkisi endüstride de hissedilmeye başlandığından, manyetik analiz yapma durumundaki araştırmacıların ve endüstrideki uzmanların becerilerini güçlendirmiştir. Manyetik aygıtlar, geleneksel olarak basitlestirilmis devre modelleri ile deneysel kanıta dayanan kuralların birleştirilmesi ile tasarlanmaktadır. Bu teknik "kural ile tasarım" olarak adlandırılabilir; fakat aygıtlar artan bir şekilde değişken olunca ve karmaşıklaşınca, kurallar yeterli olmadığından elektromanyetik alan problemleri mantıklı detaylı çözüme dayanan "analiz ile tasarım" yoluyla çözülmeye başlanmıştır. "Analiz ile tasarım", doğru akım makinalarından, anahtarlamalı relüktans motorlar gibi farklı aygıtlardaki geometrik karmaşıklık ve doğrusalsızlığı hesaplayabilen sayısal analiz ile tasarım anlamını taşımaktadır [1,2].

Bu çalışmada Ansoft firmasının Maxwell 3D alan simülatörü ile manyetik bir sistemin tasarımı, elektriksel ve manyetik parametrelerinin tahminindeki çözüm aşamaları ele alınmıştır. Maxwell 3D alan simülatörü programı etkileşimli bir yazılım paketidir. 3 boyutlu elektrostatik, statik manyetik ve eddy akımları problemlerini, sonlu elemanlar yöntemini (FEM) kullanarak çözmektedir [1,2,3]. Bu program statik elektrik alanları, kuvvet, tork ve gerilim dağılımları ile yüklerin sebep olduğu kapasitelerin; statik manyetik alanların, statik harici manyetik alanların ve sabit mıknatısların oluşturduğu kuvvet, tork ve endüktansların hesaplanmasında; doğrusal ve doğrusal olmayan malzemelerin kullanıldığı yapılardaki alanların simülasyonlarının yapılmasında ve ayrıca sıcaklık ile ısı akışı gibi termal büyüklüklerin hesaplanmasında kullanılmaktadır.

2. Materyal ve Yöntemler

2.1. Sonlu elemanlar analizi ve ağ yapısı

Maxwell 3D, düzgün olmayan geometrik bölgelerde elektrik veya manyetik alanları belirlemek için, bölgeyi piramide benzeyen çok sayıda dörtyüzlü eleman (tetrahedra) olarak adlandırılan alt bölgelere ayırır. Her dörtyüzlü elemandaki alan ayrı bir polinomla belirlenir. Bu elemanların toplamı sonlu eleman ağ veya basitçe ağ (mesh) olarak ifade edilir. Bir ağ otomatik olarak üretilir ve her model için bir alan çözümü hesaplanır [1,2,3,4]. Bu çözümde stator, rotor ve sargılardaki dörtyüzlü elemanlar kolaylıkla görülebilir. Çözümdeki en temel yapı olan bir dörtyüzlü eleman (tetrahedra) Şekil 1'de verilmiştir. Bir manyetik alanın tam bir çözümünü elde etmek için, manyetik analizi yapılacak olan sistem, yeterli sayıda ve küçük olarak boyutlandırılmış dörtyüzlü elemanlardan oluşturulur. Elektrostatik alan çözücüsü, her dörtyüzlü eleman düğümünde ve tüm kenarların orta noktalarındaki elektrik potansiyel değerini sakladığından, dörtyüzlü elemandaki potansiyel 2. dereceden bir polinom fonksiyonunun kullanılmasıyla bu düğümlerdeki değerlerden bulunur [1,2,3,4,5].



Şekil 1. Dörtyüzlü eleman (tetrahedra)

Statik manyetik alan çözücüsü ortamı, homojen ve özel bir çözüm içinde, *H* alanlarına böler. *H*' nin bu homojen çözümü için sistem, her düğümde bir skaler potansiyel tutar. Özel çözüm için sistem, dörtyüzlü eleman kenarlarında teğet *H*' nin bileşenlerini saklar. Çözümün doğruluğu, dörtyüzlü elemanların her birinin ne kadar küçük olduğuna bağlıdır. Çözüm binlerce sonlu eleman kullanılmasıyla oluşturulan ağlarla gerçekleşir [1,2,3,4].

Alan çözümü için ağ üretimi, dörtyüzlü eleman düğümlerinin bulunduğu çok elemanlı bir ters matrisi içerir. Büyük sayıda elemanlı ağlar için güçlü bir hesaplamaya ve belleğe gerek vardır. Bu yüzden doğru bir alan çözümü elde etmek için yeterli sayıda elemandan oluşan ağ kullanmak arzu edilir. Bunun için kullanılacak bilgisayarın işlem gücü ve bellek miktarı yeterli olmalıdır. Optimal ağ üretiminde bir iterasyon süreci kullanan Maxwell 3D ile, önce kritik bölgede ağ eleman sayısı otomatik olarak artırılır; daha sonra kaba başlangıç ağa göre hata yoğunluğunun yüksek olduğu alanlarda ağ eleman sayısı artırılarak çözüme ulaşılır. Seçilen parametrelerle istenilen sınır aynı değere ulaştığı zaman çözüm adaptif döngünün dışına çıkarak sona erer. Şekil 2'de, Maxwell 3D'de tasarım ve analizleri yapılmış 6/4 kutuplu bir ARM'nin 3 boyutlu ağ yapısı görülmektedir [1].



Şekil 2. Sonlu elemanlar yöntemiyle üretilmiş 6/4 kutuplu ARM'nin ağ görünüşü Manyetik bir yapının alan çözümünde kullanılacak optimal ağda, yeteri kadar dörtyüzlü sonlu eleman bulunmalıdır. Ancak işlem gücü ve bellek miktarı büyük olan bir bilgisayar olduğu takdirde ağdaki sonlu eleman sayısı gereğinden fazla artırılabilir. Manyetik yapı için üretilen başlangıç sonlu elemanlar ağı genelde optimal olmadığından başlangıç çözümünden sonra iterasyon yoluyla ağdaki eleman sayısı artırılarak, doğru bir çözüme yaklaşılır. Bununla birlikte mevcut bilgisayarın daha verimli kullanılması için ağdaki eleman sayısı artırımını akıllıca yapmak gerekir. Bu yüzden dörtyüzlü elemanların sayısını akıllıca belirlemekten emin olmak önemlidir [1,2,3,4,5]. Böylece eldeki mevcut bilgisayarın optimal kullanımı sağlanmış olur.

2.2. İletim akımı, akım yoğunluğu çözümleri

Bir serbest elektron kristal kafesin bütününde hareket kabiliyetine sahiptir. Bununla beraber ağır ve pozitif yüklü iyonlar kristal kafeste düzenli pozisyonlarında iyice sabitlenmişler ve metaldeki akıma katkı sağlamazlar. Bundan dolayı bir metal iletkendeki akım iletim akımı olarak adlandırılır ve temelde bir elektron akışıdır.

Maxwell 3D ile tasarımında model içerisine yerleştirilen sargılar tek iletken (tek sarımlı sargı) olarak çizilir ve her iletken akım veya akım yoğunluğu yada gerilim düşümü olarak kaynak ataması yapılır. Sargı tek sarımlı olduğu için sargının kesiti aynı zamanda iletkenin de kesiti olmaktadır. Bu nedenle verilen uyartım değeri, magnetomotor kuvvet (mmk) şeklinde Amper-tur olarak dikkate alınmalıdır. Örneğin bir iletkene 1000 Amper-tur mmk atanması, 200 sarımlı sargıya 5 A akım verilmesi şeklinde kabul edilebilir. Böylece iletkendeki iletim akımı gerilim düşümünün, iletkenden geçen akımın belirtilmesiyle veya iletken içerisindeki akım yoğunluğunun açıkça tanımlanmasıyla ifade edilir.

İletkenlerdeki doğru akım veya akım yoğunluğu, harici manyetik alanlar ve sabit mıknatıslar, statik manyetik alan kaynağı olabilmektedir. Manyetik alan enerjisi, manyetik ko–enerji, endüktans, kuvvet ve tork nicelikleri, temel alan değerlerinden hesap edilir [1,3,4]. Sistem statik manyetik alanları iki adımda çözer:

- 1. Modelin akım akışını simüle eder ve *J* akım yoğunluğu hesaplar.
- Akım yoğunluğuna göre *H* alanını hesaplar. Harici alanlar ise bir kaynak gibi sınır koşullarında belirtilir.

Alan simülatörü manyetik alanları çözmeye başlamadan önce iletkenler için yüzey akımlarını ve iletken kesitinden akım yoğunluğunu hesaplar. Maxwell 3D, akım verilmemiş iletkenlerin veya iletken olmayan malzemelerin akım yoğunluğunu hesaplayamaz. *J* akım yoğunluğu bir potansiyel fark için oluşturulmuş elektrik alanıyla orantılıdır. Bu, Eş. 1'de verilmiştir.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = -\sigma \vec{\nabla} \Phi \tag{1}$$

Burada; *E* Elektrik alanı (V/m), σ malzemenin iletkenliği (siemens/m), Φ elektrik potansiyeli (V) dir. Sürekli rejimde küçük bir bölgeye giren yük miktarı ile bu bölgeden ayrılan yük miktarı birbirine eşit olmalıdır. Bu yük yoğunluğu $\rho(x,y,z)$ zamanla değişmez ve Eş.2'de verilmiştir.

$$\vec{\nabla}.\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \tag{2}$$

 $\vec{J} = -\sigma \vec{\nabla} \Phi$ denklemi Φ elektrik potansiyeli cinsinden ifade edildiği için $\sigma \vec{\nabla} \Phi = 0$ denklemi simülasyonun ilk adımında cözülür [1,2,3].

2.3. Statik manyetik alanın çözümü ve sınır durumları

Akım yoğunluğunun hesaplanmasından sonra statik manyetik alan çözücü, Ampere Kanununu ve Maxwell denklemlerini Eş.3'deki ifadeyi kullanarak çözer.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{3}$$

Burada, H(x,y,z) manyetik alan şiddeti (A/m), B(x,y,z) manyetik akı yoğunluğu (T), J(x,y,z) önceden hesaplanmış A/m^2 olarak akım yoğunluğudur. Manyetik akı yoğunluğu Eş.4 ile hesaplanır.

$$B = \mu_r \cdot \mu_o \cdot H \tag{4}$$

Burada $\mu_r(x,y,z)$ bağıl geçirgenlik, μ_0 boşluğun geçirgenliğidir ve $4\pi 10^{-7}$ H/m ye eşittir. Simülatorde önceden hesaplanmış akım yoğunluğu kullanılır ve manyetik alanlar tanımlanır. Sınır koşulları manyetik alanın hesaplanması için bir giriş bilgisidir. Problem uzayının kenarlarındaki *H* alanının davranışı sınır koşulları ile kontrol edilir. Manyetik alanı tanımlayabilmek için sınır tek veya çift simetrik ve teğet olmalıdır (çapraz sınırlarda akı yoktur); sınıra tüm akımlar giriyor veya çıkıyor olmalıdır. Modellemede teğet veya dik olmayan harici alanların etkileri dikkate alınır. Program her yüzeye teğet olan ve sınır durumlarını kullanan alanın dış elemanlarını otomatik olarak biçimlendirir. Her yüzeydeki alanın dik bileşeni bilinmeyen olarak kaydedilir. Ama bütün sınırlar düzgün olarak düzenlenirse sonuçlar istenildiği gibi olacaktır. Bununla birlikte sınırlarda *H* alanı değerinin açıkça belirlenmesine dikkat edilmelidir. Çünkü Ampere Kanununu ihlal edilmesi mümkündür. Sınır koşulları ile iki durumda simulasyon yapılabilir [1,3, 4]. 1. İletkenler arasındaki ince bir tabaka olan yalıtım malzemesi (insulatin boundary)

2. Bir yüzeydeki H alanının büyüklüğü ve diğer yüzeydeki H alanı yönünün eşleştiği

periyodik yapı (master-slave boundary)

2.4. Adaptif Çözüm

Şekil 3'de [1,3] adaptif çözüm süreci döngüsü verilmiştir. Statik manyetik alan çözücü ile ilk önce tüm iletkenlerdeki iletim akımı simüle edilir.



Şekil 3. Adaptif çözüm süreçleri döngüsü, (a) İletim akımı, (b) Manyetik alan Bunu yapmak için akım yoğunluğunu (*J*) ve çözüm hatası hesaplanarak karşılaştırma yapılır.Çözüm hatası hata kriterini karşılamıyorsa, dörtyüzlü eleman sayısı artırılarak ağ genişletilir ve bu geniş ağ için yeniden çözüme başlanır. Hata kriteri karşılandıktan sonra, her sonra sonlu elemanın köşe ve kenarlarının orta noktalarındaki *H* manyetik alan şiddeti hesaplanır.

Giriş bilgisi olarak iletim akımı kullanır. Nüve malzemesi doğrusal değilse Newton-Raphson yöntemi kullanılarak çözüm yapılır. Bunun için doğrusal olmayan bir problemin çözümünde doğrusal bir yaklaşımla B-H eğrisini kullanır. [1, 3, 4] Bu yöntemle doğrusal olmayan bir çözüm gerektiren *H* değerleri bulunmuş olur [2].

2.5. Manyetik alan enerjisi, manyetik ko-enerji yaklaşımları

Maxwel 3D alan simülatörü endüktans matrisini, eksenlerde oluşan kuvvetler ve torkları çözebilmesi için manyetik alanda depo edilen enerjiyi ve ko-enerjiyi hesap etmesi gereklidir. Bir statik manyetik alanda depo edilen enerji, nüve malzemesinin enerji ifadesi genel olarak Eş.5'deki gibi verilir.

$$W = \frac{1}{2} \int_{v} (\vec{B}.\vec{H}) dv = \frac{1}{2} \int_{v} (\mu H^{2}) dv = \frac{1}{2} \int_{v} (\frac{B^{2}}{\mu}) dv$$
(5)

Doğrusal olmayan malzemelerdeki enerji ifadesi ise Eş.6 ile verilmiştir.

$$W = v \int H dB \tag{6}$$

Manyetik alandaki enerji miktarı Şekil 4'de [1,3] gösterilen manyetik ko–enerji miktarı ile ilişkilidir. B–H eğrisinin üzerinde kalan alan, enerji yoğunluğunu (J/m^3) , altında kalan alan, ko-enerji yoğunluğunu (J/m^3) verir.



Şekil 4. (a) Doğrusal, (b) Doğrusal olmayan nüve B-H eğrileri,

Doğrusal malzemede μ sabittir ve enerji ko–enerjiye eşittir [1, 3, 4]. Doğrusal olmayan malzemede μ , B–H eğrisine göre değişir ve enerji ko–enerjiden daha küçüktür.Bir sistemin manyetik ko–enerji ifadesi doğrusal malzemeler için Eş.7'de, doğrusal olmayan malzemeler için Eş.8'de verilmiştir.

Journal of Selcuk-Technic Volume 6, Number:3-2007

$$W_c = v \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{7}$$

$$W_c = v \int B dH \tag{8}$$

2.6. Endüktans matrisi ve çözümü

Birimi Henry olan endüktans matrisi, halkalama akısı, λ 'nin, akımın ya da gerilimin ve akım türevinin terimleri cinsinden ifade edilebilir. Bir endüktans matrisi ifade edilirken, akım döngüleri arasındaki manyetik bağ akıları dikkate alınmalıdır. Bu durum Şekil 5'te gösterilmiştir. Akım ile oluşan akı arasındaki ilişki, üç akım döngüsü olarak, Eş.9'da matris formuyla verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$
(9)

Endüktans matrisi bağımsız üç akım döngüsü için i ve λ arasındaki ilişkiyi ortaya koyar. Bu ilişki, *n* tane akım döngüsü olan bir makinanın *n*x*n* boyutunda bir matrisi bulunacağını gösterir.



Şekil 5. Akım ve endüktans ilişkileri [1,3]

Endüktans matrisi bir sistemde, gerilim ve akım değişimleri arasındaki bağıntıyı ortaya koyar. Şekil 6'da birbirinden bağımsız üç iletim hattı verilmiştir. Her hatta zamanla değişen akım kaynağı, gerilimin değişimine sebep olmaktadır [1,2,3,4,5,6].



Şekil 6. Üç iletim hattı için ΔV ile di/dt ilişkisi [1,3]

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} di_1 / dt \\ di_2 / dt \\ di_3 / dt \end{bmatrix}$$
(10)

Şekil 6'da üç iletim hattı için ΔV ile *di/dt* arasındaki ilişki gösterilmiş olup bu ilişkiye ait endüktans matrisi de Eş.10'da verilmiştir. Eğer di_2/dt ve di_3/dt sıfır olursa bu bağıntı, Eş.11'deki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} di_1 / dt \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} \\ L_{12} \\ L_{13} \end{bmatrix} \frac{di_1}{dt}$$
(11)

Zamanla değişen akım kaynağı 1. hatta uygulandığında 2. ve 3. hatta endüklenen gerilim değişimlerini verir. Bu üç döngü arasındaki endükif kuplajdır.

Çapraz elemanlar: L_{11} akım döngüsünün kendi öz endüktansını gösterir. Bir sargıdan, bir akım döngüsünde, 1 amper akım geçtiği fakat diğer sargıdan akım geçmediği durumdaki bağ akısı L_{11} değerini vermektedir.

Çapraz olmayan elemanlar: L_{12} , L_{13} gibi elemanlar akım döngüleri arasındaki karşılıklı endüktansları verir. Karşılıklı endüktans sayısal olarak bir akım döngüsünde, diğer döngüden 1 amper akım geçtiği ve kalan döngülerin hiçbirinden akım geçmediği durumdaki bağ akısına eşittir. Örneğin L_{12} , 2. döngüye bir amper akım uygulandığı ve diğer döngülerden akım geçmediği zaman 1. döngüdeki bağ akısını vermektedir. *Simetri: Endüktans* matrisi simetrik bir köşegen matristir. Bu matris, her döngü arasındaki karşılıklı endüktansların birbirlerine olan etkilerini belirler. Örneğin L_{13} endüktansı 1. ve 3. döngü veya 3. ve 1. döngü arasındaki karşılıklı endüktanstır [1, 3, 4]. Endüktans matrisini çözmek için statik manyetik çözücüsü, tek alan çözümünü üretmektedir. Sistem endüktans matrisinin her girişini, Eş.12'yi kullanarak çözer.

$$W = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H} = \frac{1}{2}Li^{2}$$
(12)

Her iletken bağımsız bir akım döngüsü kabul edilir. Her döngünün endüktans matrisine katılımı matris işleme teknikleri kullanılarak modellenir.

2.7. Lorentz kuvveti ve torku, zahiri kuvvet ve tork

Bir manyetik alan içerisindeki akımın Lorentz kuvveti, Eş.13 ile çözülür [2,3,4,5,6,7].

$$F = \int_{v} \vec{J} \times \vec{B} \, dv \tag{13}$$

Bir grup eleman için Lorentz kuvveti hesaplandığında, sistem her eleman için kendine ait bu integrali hesaplar. Sonuç x,y,z yönlerindeki her elemandaki kuvvettir. Lorentz kuvveti gerçek kuvveti hesaplamaz. Tanımlanan malzemelerin bağıl geçirgenliği 1 den büyük olduğundan kuvveti hesaplamak için zahiri (virtual) kuvvet kullanılmalıdır.

Sistem Lorentz kuvvetini kullanarak x,y,z eksenleri etrafindaki torku hesaplarken Eş.14'deki ifadeyi kullanır [2,3,4,5,6,7].

$$T = \int_{v} \vec{r} \times (\vec{J} \times \vec{B}) \, dv \tag{14}$$

Burada r dönüş ekseninde yer değiştirme vektörüdür, J Akım yoğunluğu, B manyetik akı yoğunluğudur. Eş.14'de verilen integral x,y,z eksenlerindeki net torku hesaplamaktadır fakat, malzemenin bağıl geçirgenliği dikkate alınarak doğru torkun hesaplanması için zahiri tork kullanılmalıdır. Bir elemandaki zahiri kuvveti hesaplamak için temel fiziksel çalışma prensibi kullanılır. Şekil 7'de gösterilen yapıdaki yer değiştirme yönündeki kuvvet, Eş.15'de verilmiştir.

$$F_{palet} = \frac{dW(s,i)}{ds}\Big|_{i.sabit}$$
(15)

Burada W(s,i) sistemin manyetik ko–enerjisidir ve türev alınırken akım (*i*) değeri sabit tutulur. Klasik asıl çalışmadan farklı olarak, simülatörde palet kuvveti hesaplanırken elemanın dış yüzeyi boyunca yer alan sadece dörtyüzlü eleman değiştirilir. Bu nedenle kuvvet hesabı sadece bir alan çözümüne ihtiyaç duyar. Bununla ilgili olarak nüvede oluşan manyetik alanın palete uygulandığı kuvvet, Şekil 7'de verilmiştir [1,2,5,6,7, 8].



Şekil 7. Nüve ve palette oluşan kuvvet [1,3]

Zahiri kuvvet hesabına benzer olarak sistem bir elemandaki torku hesaplarken gerçek çalışma prensiplerini kullanır. Şekil 8'de gösterilen yapıda B objesi için dönüş eksenindeki tork bağıntısı Eş.16 ile verilmiştir [2,3,4,5,6,7,8].

$$T_{B} = \frac{dW(\theta, i)}{d\theta}\Big|_{i.sabit}$$
(16)

Burada $W(\theta, i)$ sistemin manyetik ko–enerjisidir ve türev alınırken akım (*i*) değeri, sabit tutulmuştur.



Şekil 8. Bir motordaki tork ve yönü [1,3]

Klasik gerçek çalışmadan farklı olarak B elemanı, aslında kuvvet hesaplanırken dönmektedir. Onun yerine elemanın dış yüzeyi boyunca yer alan sadece dörtyüzlü eleman değişmektedir. Bu yüzden sistemin ko–enerjisindeki değişim dörtyüzlü elemanların ko–enerjisindeki değişimlerle verilir.

3. Bulgular

Maxwell 3D alan simülatörü ile yapılan çözümden sonra elektriksel ve manyetik parametreler genlik ve vektör olarak tahmin edilmiştir. Bu parametreler akım yoğunluğu, öz ve ortak endüktansların oluşturduğu endüktans matrisi, eksenel kuvvetler, üretilen torklar, manyetik alan şiddeti, manyetik akı yoğunluğu ve enerji ifadelerinin genlik ve vektörel olarak değerleridir. Maxwell 3D ile yapılan örnek bir çözüm sonrasında 6 kutuplu bir alternatör ile 6/4 anahtarlamalı relüktans motorun rotorundaki manyetik akı yoğunluğunun dağılımı ve yönü Şekil 9'da verilmiştir [1,8,9,10,11,12].



Şekil 9. Manyetik akı yoğunluğunun genlik ve vektörel olarak dağılımını ifade eden görsel sonuçlar. (a) 6/4 ARM'nin rotoru [1], (b) 6 kutuplu alternatör [9] Benzer olarak 15 A akımla uyartılmış bir ARM'nin sargısındaki akım yoğunluğu (*J*) ve manyetik alan şiddeti (*H*) tahmin edilmiş olup görsel sonuçları Şekil 10'da verilmiştir. Aynı motorun, statik çalışma şartlarına göre, mil ekseninde oluşan 3 faz torku ve tork dalgalanması Şekil 11'de verilmiştir [1].



Şekil 10. 6/4 kutuplu ARM' nin bir sargısındaki (a) akım yoğunluğu ve (b) manyetik alan şiddeti



Şekil 11. 6/4 kutuplu 3 fazlı ARM'nin tork dalgalanması [1]

Şekil 11' deki tork dalgalanması, ARM'nin her faz için ayrı ayrı rotor pozisyonunun 2.5 derece açıyla hareket ettirilerek her konumda alınan mil torku sonuçlarına göre elde edilmiştir. Bu karakteristik statik koşullarda elde edilmiştir. Dinamik çalışma şartlarında rotorun hızı ve ataleti bu dalgalanmayı azaltacaktır. Örneğin 6/4 kutuplu ARM'nin örtüşmenin başladığı (overlap) konumda stator kutup köşelerindeki bölgesel doyumu belirleyebilmek için model üzerinde hava aralığına yerleştirilen bir kontur üzerinde B değerleri alınarak grafiksel bir sonuç elde edilerek Şekil 12'de verilmiştir.



Şekil 12. ARM'nin stator kutup köşesindeki doyum etkisi [1]

ARM'nin manyetik malzemesinin başlangıç doyum değeri 1.9 T dır. Şekil 12'de kutup köşelerinde B değerinin yaklaşık 2,3 T değerine çıkarak bölgesel doyum oluştuğu

görülmektedir [1,13]. Şekil 9-12 simülatörün çözüm sonrasından elde edilen görsel sonuçların gösterildiği sınırlı birkaç örnektir. Bunun yanı sıra hava aralığı, kutup yüzeyi, sargı uçları, mil ekseni, kesit eksenleri, sargı yalıtım katmanları, boyunduruk, vb. modelin her hangi bir bölgesindeki parametrik sonuçlar sayısal, grafiksel ve vektörel olarak elde edilebilir.

4. SONUÇ

Manyetik sistemlerin tasarımı ve analizinde bilgisayar destekli çözümler vazgeçilmez bir yöntemdir. Maxwell 3D alan simülatörü alan çözümü için kullanılan doğru, etkin, hızlı ve esnek bir programdır. Maxwell 3D gibi sonlu eleman paket yazılımları araştırmada, tasarımda ve analizde güçlü aletlerdir. Bilgisayar kullanılarak, fiziksel bir prototipin insasına gerek kalmaksızın, çok farklı geometrilerin ve çalışma şartlarının analizi mümkündür. Coğu durumlarda sayısal simülasyon geometri karmasıklığı ve malzemenin doğrusalsızlığını gözetmeksizin, makinanın davranısı hakkında güvenilir ve doğru bilgiyi de vermektedir. Bu 3 boyutlu sonlu eleman metodunun elektrik makinalarının tasarımına uygulanması halkalama akısı, akım yoğunluğu, sargı endüktansları ve üretilen elektromanyetik tork ve eksenel kuvvet gibi önemli tasarım parametrelerinin çok yüksek bir doğrulukla belirlenmesine imkan tanır. 2 boyutlu ve analitik olarak yapılan çözümler yeterli doğrulukta çözümler yapamamaktadır. Özellikle geometrinin değiştiği modellerde veya doğrusal olmayan durumlarda, manyetik doymanın, uç sargı alanları ve saçaklanmanın etkili olduğu tasarımlarda 3 boyutlu çözüm daha doğru tahminler vermektedir [13]. Bu nedenle Maxwell ve benzeri 3 boyutlu simülatörler ile manyetik analizler yapmak daha elverişlidir. Özellikle model geometrisi üzerinde 3 boyutlu görsel sonuçlar, analiz çalışmasında sistemle ilgili daha doğru ve etkili yorum yapılmasını sağlamaktadır. Bu nedenle manyetik sistem

238

tasarımcısı için Maxwell 3D kullanımı çok önemli bir beceridir. Bu çalışmada sadece statik manyetik çalışma durumuna göre uygulanabilecek çözüm süreçleri verilmiştir. Bunun yanı sıra aynı programla elektrostatik, eddy akımı, termal ve stres analizleri de yapılabilmektedir.

KAYNAKLAR

- Fenercioğlu, A., Helisel Yapılı Anahtarlamalı Relüktans Motorun (HY-ARM)
 Tasarımı ve Analizi, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi F.B.E., 2006.
- [2.] Gürdal, O., Elektrik Makinalarının Tasarımı, s. 201-240, İstanbul, Atlas Yayın Dağıtım, 2001.
- [3.] Ansoft Corporation, Maxwell 3D Technical Notes, USA, Ansoft, 656–718, 2002.
- [4.] Ansoft Corporation, Getting Started: A 3D Magnetic Force Problem, USA, 2002.
- [5.] Jianning, J., The Finite Element Method in Electromagnetics, New York, John Wiley&Sons Inc., 1993.
- [6.] Schlensok, C., Scheermesser, D., Riesen, and Henneberger, G., Finite-Element Models of Electrical Machines and their Calculation, 2003, Int. Congress on FEM Technology, 21st CAD-FEM Users' Meeting, Zurich.
- [7.] McFee, S., Giannacopoulos, Introduction to Adaptive Finite Element Analysis for Electromagnetic Simulations, Newsletter, ICS, 1992.
- [8.] Hamayer, K., Belmans, R., Numerical Modelling and Design of Electrical Machines and Devices, Boston, Wit Press, 1999.
- [9.] Knorr, B., Devarajan, D., Lin, D., Zhou, P., Stanton, S., Application of Multilevel Multi-domain Modeling to a Claw-pole Alternator, Society of Automotive Engineers, 2005.

- [10.] Lin, D., Zhou, P., Badics, Z., Fu, W.N., Chen, Q. M. Cendes, Z. J., A New Nonlinear Anisotropic Model for Soft Magnetic Materials, IEEE Transaction On Magnetics, 2006, 42(4):963-966
- [11.] Zhou, P., Lin, D, Fu, W. N., Ionescu, B. Cendes, Z. J., A General Co-Simulation Approach for Coupled Field–Circuit Problems, IEEE Transaction On Magnetics, 2006, 42(4):1051-1054
- [12.] Fu, W. N., Zhang, Z., Zhou, P., Lin, D., Stanton, S., Cendes, Z. J., Curvilinear Finite Elements for Modeling the Sliding Surface in Rotating Electrical Machines And Its Applications, IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, 2005, 628-634.
- [13.] Fenercioglu, A., Tarımer, İ, Anahtarlamalı Relüktans Motorlarda Faz Endüktansına Etki Eden Faktörlerin İncelenmesi, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Bilimleri Dergisi, 2007, 13(2):145-150.