

JEOPOTANSİYEL SAYILAR VE YÜKSEKLİKLER**Yrd.Doç.Dr.Bayram TURGUT****S.Ü.Müh.Mim.Fakültesi,Jeodezi ve Fotogrametri Müh.Bölümü 42031 Kampüs Konya****ÖZET**

Bu çalışma ölçülen yükseklik farkları ve yükseklikler ile ağırlık(gravite) ivmesi arasındaki ilişki ile potansiyellerin çeşitli yükseklik sistemlerinin hesaplanmasında temel teşkil etmeleri üzerinedir.

Anahtar Kelimeler:Jeopotansiyel Sayı,Yükseklik,Gravite İvmesi

GEOPOTENTIAL NUMBERS AND HEIGHTS**ABSTRACT**

This study presents that differences of the measured heights and heights concern with the acceleration of gravity and also potentials are the base for calculating of various height systems.

Keywords:Geopotential Numbers,Height,Acceleration of gravity.

1-GİRİŞ

Yükseklik farkları ve yükseklikler fiziksel ve geometrik anlamlara sahiptirler.Genel olarak fiziksel yeryüzündeki bir noktanın yüksekliğinden, o nokta ile referans yüzeyi arasındaki düşey mesafe anlaşılır.Tanım böyle olunca yükseklikler geometrik nitelikli olarak tanımlanmışlardır.Pratikte aynı nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktaların yüksekliklerinin aynı olduğu düşüncesine sahibiz.Ne var ki aralarındaki yükseklik farkı onların potansiyel farkları ile orantılıdır. Bu ise bize yükseklik ve yükseklik farklarının fiziksel anlamlarının da olduğunu gösterir. Yüksekliklerin bu iki anlamı kullanım amaçları bakımından önemlidir. Örneğin büyük inşaatların yapımında, su taşımacılığında vb. İşlerde yüksekliklerin fiziksel anlamları, jeodezide üç boyutlu uzayda nokta konumlarının belirlenmesinde, jeodezik ölçmelerde ise yüksekliklerin geometrik anlamları öne çıkmaktadır(1).

2-POTANSİYEL VE POTANSİYEL FARKLAR

Fiziksel yeryüzündeki her noktadaki ağırlık(gravite) vektörleri bu noktadan geçen nivo yüzeyine diktirler. Bu nedenle her bir nokta kendine has potansiyele sahiptirler. Aynı nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktaların potansiyelleri eşittir. Jeodezik ölçmelerde yani geometrik olarak ölçülen farklı iki nokta arasındaki yükseklik farkını "dh" ile,gravite vektörünü "g" ile gösterirsek, her bir noktanın üzerinde bulunduğu nivo yüzeyinin potansiyel fonksiyonu

$$W(x,y,z)=\text{Sabit} \quad (2.1)$$

skalar potansiyel değeri yardımıyla "dh" ile "g" arasında;

$$g=-\text{grad}W \quad (2.2)$$

$$W_A - W_B = dW = \int_A^B g dh \quad (2.3)$$

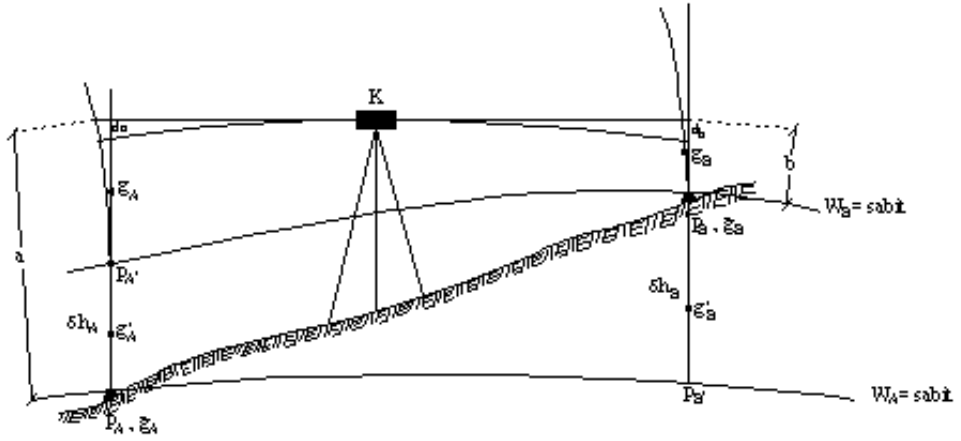
$$g = \frac{dW}{dh} \quad (2.4)$$

ilişki kurulabilir(1). Buradaki negatiflik g ile dh'nin ters yönlü olmalarındandır. $W_A(x,y,z)=\text{sabit}$ nivo yüzeyi üzerindeki A noktası ile $W_B(x,y,z)=\text{sabit}$ nivo yüzeyi üzerindeki B noktası arasında W_B-W_A sabit potansiyel farkları vardır. Aynı zamanda bu iki nokta arasında dh düşey uzaklığı da vardır. Yeryuvarının homojen bir yapıya sahip olmamasından dolayı nivo yüzeyi üzerindeki ağırlık(gravite) ivmeleri g değerleri değişkendir. Gravite ivmesindeki Δg değişiklikleri gravimetreler yardımıyla büyük bir doğrulukta ölçülebilirler ve $1\text{Gal}=10^{-2}\text{ms}^{-2}$ birimi ile tanımlanabilirler. Öyleyse yukarıdaki (2.4) eşitliğini;

$$dW = -gdh = \text{sabit} \quad (2.5)$$

şeklinde yazabiliriz.(2.5)Eşitliğinde iki nivo yüzeyi arasındaki potansiyel fark dw sabit gravite ivmesi g değeri de değişken olduğuna göre dh da değişken olmak zorundadır bu ise ardışık iki nivo yüzeyinin paralel olmadığını yani nivelmanın yola bağlı olduğunu,yükseklik belirlemelerinin potansiyele bağlı olduğunu göstermektedir(2).

3-NİVELMANLA YÜKSEKLİK FARKLARININ VE GRAVİTE İVMELERİNİN ÖLÇÜLMESİ İLE POTANSİYEL FARKLARININ BELİRLENMESİ



Şekil.1. Yükseklik farkı ve gravite ölçüleri ile potansiyel farkların belirlenmesi

P_A ve P_B noktaları arasındaki yükseklik farkı , nivo bu iki noktanın ortasına kurulup düzeçlendikten sonra ve refraksiyon etkisi , olası nivelman hataları dikkate alınmaksızın P_A ve P_B noktalarından geçen nivo yüzeylerinin küre yüzeyleri olduğu kabulüyle;

$$H_{P_B} - H_{P_A} = \Delta h = a - b \quad (3.1)$$

eşitliği ile elde edilir.

Burada;

H_{P_A} : P_A noktasının yüksekliği

H_{P_B} : P_B noktasının yüksekliği

Δh : İki nokta arasındaki yükseklik farkı

a, b : P_A ve P_B noktalarındaki mira okumalarıdır.

Refraksiyonun etkisini dikkate almaksızın K dan geçen yani optik eksenle yine K dan geçen nivo yüzeyinin miralar üzerindeki farklarını da ve db ,geri ve ileri miralarda okunan yarı yüksekliklerin gravite ivmelerini \bar{g}_A, \bar{g}_B ile gösterirsek , P_A ve P_B noktaları arasındaki potansiyel farkı;

$$W_B - W_A = dW = \bar{g}_B(b - db) - \bar{g}_A(a - da) \quad (3.2)$$

elde edebiliriz.(3.2) bağıntısı;

$$\begin{aligned}
W_B - W_A = dW = (b - a) \frac{\bar{g}_A + \bar{g}_B}{2} + (b + a) \frac{\bar{g}_B - \bar{g}_A}{2} \\
+ (da - db) \frac{\bar{g}_A + \bar{g}_B}{2} + (da + db) \frac{\bar{g}_A - \bar{g}_B}{2} \quad (3.3)
\end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. Aletle miralar arası eşit alındığında $da \approx db$ olur. Bu nedenle (3.3) eşitliğinin 3. Terimi atılabilir, 2. ve ondan daha küçük olan 4. terimi de sıfıra çok yakın olduğundan (3.3) bağıntısı;

$$\begin{aligned}
W_B - W_A = dW = -(a - b) \frac{\bar{g}_A + \bar{g}_B}{2} \\
(3.4)
\end{aligned}$$

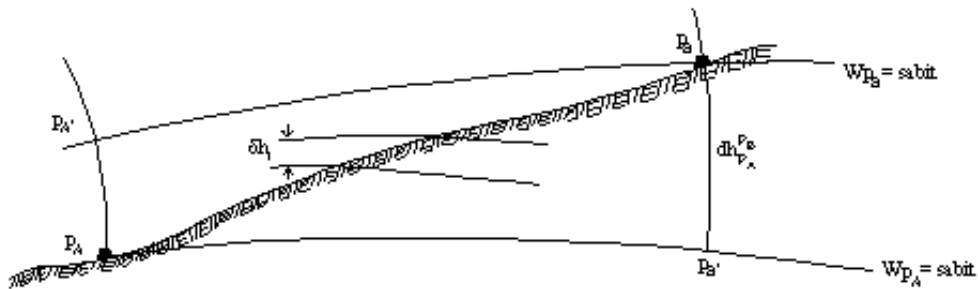
olarak yazılabilir. Yine (3.4) eşitliğinde \bar{g}_A, \bar{g}_B değerleri yerine mira tutulan noktalardaki g_A, g_B gravite ivme değerleri alındığında ortaya çıkacak fark ölçü hatalarından küçük olacağından (3.4) eşitliği;

$$\begin{aligned}
W_B - W_A = dW = -(a - b) \frac{g_A + g_B}{2} \\
(3.5) \quad \text{şekline}
\end{aligned}$$

dönüştürülmüş olur(3).

Yukarıdaki açıklamalardan ve eşitliklerden anlaşılacağı üzere P_A ve P_B noktaları arasındaki potansiyel fark nivelman yükseklikleri farkı ve gravite ivmesi değerlerinin ölçülmesiyle belirlenebilir.

P_A ve P_B noktaları arasındaki nivelman güzergahındaki potansiyel fark benzer şekilde elde edilebilir.



Şekil.2. P_A ve P_B Noktaları arasındaki potansiyel fark

Burada;

δh_i :Miralardaki geri ve ileri okumalardan elde edilen yükseklik farkı

$dh_{P_A}^{P_B}$: P_A ve P_B noktaları arasındaki yükseklik farkı

Bir istasyondaki yükseklik farkı δh_i ise P_A ve P_B noktaları arasındaki ölçülen yükseklik farkı

$$dh_{P_A}^{P_B} = \sum_{i=P_A}^{P_B} \delta h_i$$

(3.6)

eşitliği ile bulunur.

Nivo yüzeyleri paralel olmadığı için nokta yükseklikleri nivelman güzergahından bağımsız olarak belirlenemez. Şekil .2. den görüleceği üzere eğer nivelman P_A dan P'_B boyunca P_B ye veya P_A dan P'_A boyunca P_B ye yapılırsa farklı sonuçlar elde edilir. Çünkü $P_A P'_B$ ve $P'_A P_B$ boyunca nivelman değeri sıfırdır. Ancak aşağıdaki (3.7) integral eşitliği ile elde edilen $W_{P_B} - W_{P_A}$ potansiyel farkı yoldan bağımsızdır(1).

$$W_{P_B} - W_{P_A} = - \int_{P_A}^{P_B} g dh_{P_A}^{P_B} = \sum_{P_A}^{P_B} g_i \delta h_i \quad (3.7)$$

4-JEOPOTANSİYEL SAYILAR

P_A ve P_B noktaları arasındaki potansiyel farklar nivelman yükseklikleri ve gravite ivmesinin ölçülen değerleri ile belirlenebildiğini incelemiştik. Bu tip nivelmana "Jeopotansiyel Nivelman" denmektedir. Bu ölçülen yükseklik farkları ile gravite ivmeleri arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Noktalardaki potansiyel farklar referans yüzeyi olarak alınan jeoid'den itibaren ele alınır ve bunlar "C" rumuzu ile gösterilip jeopotansiyel sayı olarak adlandırılırlar(4).

Burada;

$W_{P_1^0}$:Referans yüzeyi yani jeoid'in potansiyeli

W_{P_i} :Nivo yüzeyi üzerindeki P_i noktasının potansiyeli

P_i^0 :Jeoid üzerindeki nokta

olmak üzere, P_i noktasındaki jeopotansiyel sayı;

$$C_{P_i} = W_{P_i^0} - W_{P_i} = \int_{P_i^0}^{P_i} g_i dh_{P_i^0}^{P_i} \quad (4.1)$$

eşitliği ile

elde edilir(4).

Δh_i : i. İstasyon noktasındaki yükseklik farkı

g_i : i. İstasyon ile (i-1). İstasyon noktası arasındaki gravite ivmesinin ortalama değeri

olmak üzere yukarıdaki integral eşitliğini

$$C_{P_i} = \sum_{i=P_i^0}^{P_i} g_i \Delta h_i \quad (4.2)$$

şeklinde yazabiliriz.Burada;

$$g_i = \frac{g_{i-1} + g_i}{2} \quad (4.3)$$

dir.

Eğer referans yüzeyi veya jeoid'in yüksekliği sıfır alınırsa,potansiyel farklar yeryüzündeki noktaların yükseklikleridirler. Jeopotansiyel sayı birimi $1kgalm = 1gpm = 10Nm/kg = 10m^2/s^2$ dir

P_A ve P_B gibi sıralı noktalar arasındaki jeopotansiyel sayı aşağıdaki gibi hesaplanabilir(1).

$$\Delta C_{P_A}^{P_B} = g_{P_A} dh_{P_A}^{P_B} \quad (4.4)$$

$$g_{P_A} = \frac{g_{P_A} + g_{P_B}}{2} \quad (4.5)$$

Burada;

g_{P_A} : P_A noktasındaki gravite ivmesi

g_{P_B} : P_B noktasındaki gravite ivmesi

$$dh_{P_A}^{P_B}$$

: P_A ve P_B noktaları arasında ölçülen yükseklik farkıdır.

5-SONUÇ

Jeopotansiyel sayılarla belirlenen yükseklikler nivelman yolundan bağımsızdır. Ancak jeopotansiyel sayılarla belirlenen yükseklikler her kullanım için uygun değildir çünkü tamamen fiziksel anlamlıdır. Jeopotansiyel sayıların önemli eksikliği geometrik olarak yorumlanamamalarıdır. Bu eksiklikler gravite ivmelerine bölünmekle giderilebilir. Böylece jeopotansiyel sayılar farklı yükseklik sistemlerine temel oluştururlar (Ortometrik ve Normal yükseklikler gibi). Doğal olarak Elipsoidal yükseklikler bunun dışındadır çünkü onlar geometrik karakterlidirler.

KAYNAKLAR

1. Koler, B., Heights, Potentials and Geopotential Numbers, Faculty for Civil Engineering and Geodesy-Department of Geodesy, Jubliana, 1998
2. Turgut, B., Fiziksel Jeodezi Ders Notları, Basılmadı
3. Demirel, H., Yükseklik Sistemleri ve Nivelman Sonuçlarının İndirgenmesi, İstanbul, 1984
4. Turgut, B., Yükseklikler, Doktora Semineri, Konya, 1991