

# İKİ BOYUTLU AĞLARDA AĞIRLIK SEÇİMİNİN Dengeleme Sonuçlarına Etkisi VE GPS KOORDİNATLARI İLE KARŞILAŞTIRILMASI

**Doç Dr. Cevat İNAL**

**S.Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Konya**

**Öğr.Gör. Ömer MUTLUOĞLU**

**S.Ü. Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, Konya**

**Özet:** En küçük kareler yöntemine göre ölçülerin dengelenmesinde ölçü duyarlılıkları farklı ise ölçü ağırlıkları da farklı olur. Ölçü ağırlıkları değişik biçimlerde belirlenebilir. Bu çalışmada farklı biçimlerde belirlenen ağırlıkların, nokta koordinatlarına etkisi araştırılmış, dengeleme sonucu hesaplanan koordinatlar, GPS koordinatlarıyla karşılaştırılmıştır.

**Abstract:** If precision of measurements from least square adjustment is different, it means that the weight of the measurements is different. The weight of measurement can be determined by various methods. In this research, affects of weights obtained by using various methods were investigated for the point coordinates and the precision of points and than the coordinates from the adjustments were compared with GPS coordinates.

## 1. GİRİŞ

Bir nirengi ağına ilişkin ölçüler elde edildiğinde onlar geometrik bir kapanma koşuluna uymak zorundadır. Bu koşula uymadıklarında ölçüler, bu kapanma koşullarına uyacak şekilde dengelenirler. Dengelemeye giren ölçülerin duyarlılıkları farklı ise ölçülerin dengeleme içindeki ağırlıkları farklı olur. Bir ölçünün ağırlığı onun diğer ölçülerle karşılaştırılmasında rölaf bir ölçüttür. Bir ölçünün duyarlılığı ile ağırlığı arasında,

$$p = \frac{1}{m^2} \quad (1)$$

İlişkisi vardır. m ölçü duyarlılığı arttıkça, başka bir deyişle m küçüldükçe p ağırlığı artmaktadır. Ağırlık varyansla ters orantılıdır (Wolf ve Ghilani, 1997). Doğrultu ve kenarların ölçüldüğü iki boyutlu ağlarda ölçü ağırlıkları farklı biçimlerde belirlenebilir.

## 2. DOĞRULTU KENAR AĞLARINDA ÖLÇÜ AĞIRLIKLARININ BELİRLENMESİ

Doğrultular aynı aletle ve eşit sayıda silsile yapılarak ölçülmüşlerse, bir doğrultunun ortalama hatası  $m_d$  sadece doğrultularla yapılan ön dengeleme sonucu hesaplanabileceği gibi;

$$m_d = \mp \sqrt{\frac{[ww]}{6u}} \quad (2)$$

şeklinde ifade edilen Ferrone eşitliği ile de hesaplanabilir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992). w, ağdaki üçgen kapanma hatası, ü ise ağdaki üçgen sayısıdır. Nirengi ağındaki doğrultular silsile (seri) yöntemi ile ölçülür. İstenilen duyarlılığa göre silsile sayısı belirlenir. İstasyon dengelemesi yapılarak bir doğrultunun ortalama hatası hesaplanır. Hesaplanan ortalama hata o istasyondaki bütün doğrultulara ait olur. İstasyon noktalarının herhangi birindeki ağırlık, 1 alınarak diğer istasyonlardaki ağırlıklar ve ölçülen kenarların ağırlıkları hesaplanabilir.

İstasyon dengemeleri sonucu hesaplanan ortalama hataların istatistiki anlamda birbirine eşit kabul edilebileceği Bartlett testi ile kanıtlandıktan sonra ağıdaki bütün doğrultular geçerli olabilecek ortalama hata,

$$m_d = \mp \sqrt{\frac{[f_i M_i]}{[f_i]}} \quad (3)$$

Eşitliği ile hesaplanabilir (Antonopoulos, 1985).

$f_i$  : i istasyonundaki fazla ölçü sayısı

$M_i$  : i istasyonundaki bir doğrultunun ortalama hatası

Kenar ağırlıklarının belirlenmesinde ölçmede kullanılan elektronik uzunluk ölçerin ölçme duyarlılığını veren,

$$m_{si} = \mp (p + q \cdot 10^{-6} \cdot s_i) \quad (4)$$

eşitliğinden yararlanılır. Ağırlığı 1 olan bir doğrultunun ortalama hatası  $m_d$  ile gösterilirse kenar ağırlıkları,

$$p_{s_i} = \frac{m_d^2}{m_{s_i}^2} \quad (5)$$

eşitliği ile hesaplanır.

### 3. JEODEZİK AĞLARDA DOĞRULUK ÖLÇÜTLERİ

Jeodezik ağların niteliğini belirtmek için en sık başvurulan ölçütler doğruluk ölçütleridir. Doğruluk ölçütleri;

- Ağın bir noktasına ilişkin doğruluk ölçütleri
- Ağın bir kısmının doğruluğunu ifade eden lokal doğruluk ölçütleri
- Ağın tümü için kullanılan global doğruluk ölçütleri

olmak üzere üçe ayrılabilir. Doğruluk ölçütleri ağın dengeleme sonuçlarından türetilmektedir. Bu nedenle hesaplanan sayısal değerlerin doğruluğu matematiksel modelin doğru olmasına bağlıdır. Bu çalışmada test ağına ait noktaların doğruluk ölçütleri hesaplandığından sadece doğruluk ölçütlerinin formülleri verilmektedir.

Bir noktanın koordinatlarının karesel ortalama hataları,

$$\begin{aligned} m_x^2 &= m_o^2 \cdot Q_{xxi} \\ m_y^2 &= m_o^2 \cdot Q_{yyi} \end{aligned} \quad (6)$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Burada  $m_o$  birim ağırlıklı ölçünün dengeleme ile hesaplanan karesel ortalama hatası,  $Q_{xxi}$  ve  $Q_{yyi}$  ise koordinatların kofaktör matrisinin ilgili bilinmeyenine karşılık gelen köşegen elemanlarıdır. Ağ noktalarına ilişkin doğruluk ölçütü ağın datumuna bağımlılık gösterir.

Bir noktanın nokta konum hatası (Helmert),

$$m_{P_i}^2 = m_{x_i}^2 + m_{y_i}^2 \quad (7)$$

eşitliği ile hesaplanır. Bu hata koordinat eksenlerinin dönüklüğünden etkilenmemekle birlikte; büyüklüğü, bağlantılı ağlarda koordinatları değişmez alınan noktaların yerlerine bağımlılık gösterir.

Ağ noktalarının doğruluğu Helmert ortalama hata elipsi ile de belirlenebilir. Ağın bir  $P_i$  noktasındaki Helmert ortalama hata elipsinin büyük yarı eksen  $A_{H\bar{H}}$ , küçük yarı eksen  $B_{H\bar{H}}$  ve büyük yarı eksenin x eksenine ile yaptığı açı  $\theta_i$  ile gösterilirse, hata elipsinin elemanları;

$$\begin{aligned} D_i^2 &= (Q_{xixi} - Q_{yiyi})^2 + 4 \cdot Q_{xyi}^2 \\ A_{H\bar{H}}^2 &= m_o^2 (Q_{xixi} + Q_{yiyi} + D_i) / 2 \\ B_{H\bar{H}}^2 &= m_o^2 (Q_{xixi} + Q_{yiyi} - D_i) / 2 \\ \tan 2\theta_i &= 2Q_{xyi} / (Q_{xixi} - Q_{yiyi}) \end{aligned} \quad (8)$$

eşitlikleriyle hesaplanır (Demirel, 1984).

#### 4. JEODEZİK AĞLARDA GÜVEN ÖLÇÜTLERİ

Bir jeodezik ağda kaba model hataları belirlenebiliyorsa bu ağ güvenilir ağ diye nitelendirilir. Güvenirlik ölçütü lokal ve global güven ölçütü olmak üzere ikiye ayrılır. Lokal güven ölçütleri ile ölçülerdeki kaba hatalar, global güvenirlik ölçütleri ile ağın tamamı yada bir bölümünde etkili olan model hataları ortaya çıkarılır. Genellikle bu hatalar fonksiyonel modeldeki hatalardır. Ölçü aletlerinin hatalı kalibrasyonları, ölçülerin eksik veya yanlış indirgenmeleri model hatalarına örnek gösterilebilir (İnal, 1995).

Güvenilir bir ağda,

$$r_i = Q_{V_i V_i} \cdot P_i \quad (9)$$

şeklinde ifade edilen kısmi redundanzların mümkün olduğunca büyük ve eşit büyüklükte olması gerekir. Kısmi redundanz ağ geometrisinin açıklanması için karakteristik bir büyüklüktür ve i gözlemindeki bir kaba hatanın ona ait düzeltmeye ne oranda yansıtacağını gösterir. Toplam redundanz r ise fazla ölçü sayısına eşittir. İyi kontrol edilebilir bir ağda  $0.3 \leq r_i < 1$  olmaktadır.

Bir ölçüdeki kaba hatanın istatistik testlerle ortaya çıkarılabilmesi için en az hangi büyüklükte olması gerektiği,

$$\Delta_{oi} = \frac{\sigma_{\bar{H}}}{\sqrt{r_i}} \delta_o \quad (10)$$

eşitliği ile ifade edilen iç güvenirlik ölçütü ile belirlenir. İyi bir jeodezik ağda çok küçük kaba hataların ortaya çıkarılabilmesi ve  $\Delta_{oi}$  sınır değerlerinin olabildiğince birbirine yakın büyüklükte olması istenir.

Herhangi bir ölçüdeki hatanın koordinat bilinmeyenlerine etkisi;

$$\bar{\delta}_{oi} = \sqrt{\frac{1-r_i}{r_i}} \delta_o$$

(11)

ile tanımlanan dış güvenilirlik ölçütü ile belirlenir. İyi bir jeodezik ağda  $\bar{\delta}_{oi}$  etki faktörlerinin mümkün olduğunca küçük olması istenir. Böylece tespit edilemeyen ölçü hataları sonucun doğruluğunu en az etkiler. Güvenirlik açısından iyi bir jeodezik ağda,

$$r_i > 0.25$$

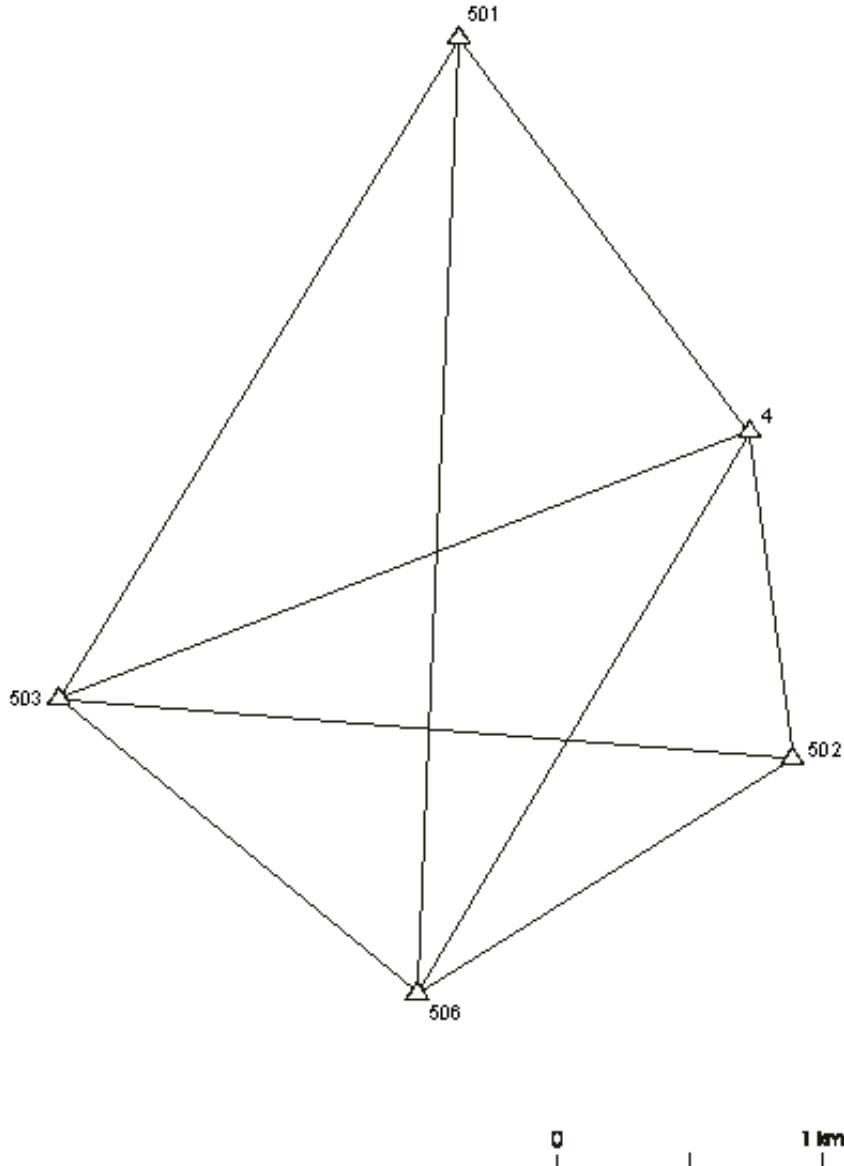
$$\Delta_{oi} \leq (6-8) \sigma_{ii}$$

$$\bar{\delta}_{oi} \leq (6-8)$$

sınırları arasında kalmalıdır (Murle ve Bill,1984).

## 5. UYGULAMA

1995 yılında Konya Büyükşehir Belediyesi ve Selçuk Üniversitesi işbirliği ile Konya'da 30x40 km<sup>2</sup>'lik metropolitan alanda GPS ölçüleri yapılmıştır. Bu çalışmada GPS ölçüsü yapılan 5 nokta kullanılmıştır. Çalışma bölgesi Selçuklu ilçesi sınırları içinde kalan Beşyüzevler civarındadır. Test ağındaki noktaların 4 tanesinin zemin tesisi pilyedir (Şekil 1).



## Şekil.1. Test ağı

Doğrultu ölçmeleri Üiversal Wild T2 teodoliti ile 6 silsile, kenarlar uzunluk ölçme hassasiyeti  $m_s = \mp(3 + 2.10^{-6}.s)$  olan Sokkisha SET2 elektronik takeometresi ile karşılıklı olarak ölçülmüştür. Ölçümlere gerekli düzeltmeler getirilerek projeksiyon düzlemine indirgenmiştir. İstasyon dengelemelerinden her noktadaki doğrultuların ortalama hataları hesaplanmıştır (Çizelge 1) (Mutluoğlu, 1997).

Çizelge 1. İstasyon dengelemeleri sonucu hesaplanan ortalama hatalar

NN	$M_i$ (cc)
4	2.48
501	1.96
502	2.83
503	3.24
506	3.92

Ölçülerin dengelemesinde dört farklı ağırlık seçimi yapılmıştır.

**1. Grup ağırlık :** Sadece ölçülen doğrultular kullanılarak ön dengeleme yapılmış ve birim ağırlıklı ölçünün ortalama hatası  $m_d = \mp 6^{cc}.23$  olarak hesaplanmıştır. Doğrultu ağırlıkları 1 olacak şekilde (5) eşitliği ile ölçülen doğrultuların ağırlıkları belirlenmiştir.

**2. Grup ağırlık:** (2) nolu Ferrero eşitliği ile bir doğrultunun ortalama hatası  $m_d = \mp 6^{cc}.74$  olarak hesaplanmıştır. Doğrultu ağırlıkları 1 olacak şekilde (5) eşitliği ile ölçülen kenarların ağırlıkları belirlenmiştir.

**3. Grup ağırlık:** İstasyon dengelemeleri sonucu hesaplanan ortalama hatalar ilgili istasyondaki tüm doğrultuların ortalama hatası olarak dikkate alınmıştır. 506 numaralı noktadaki doğrultu ağırlıkları 1 olacak şekilde diğer noktadaki doğrultuların ve kenarların ağırlıkları belirlenmiştir.

**4. Grup ağırlık:** İstasyon dengelemeleri sonucu hesaplanan ortalama hataların birbirine eşit sayılabileceği Bartlett testi ile kanıtlandıktan sonra (3) eşitliği ile tüm doğrultular için geçerli olabilecek ortalama hata  $m_d = \mp 3^{cc}.035$  olarak hesaplanmıştır. Doğrultu ağırlıkları 1 olacak şekilde (5) eşitliği ile ölçülen kenarların ağırlıkları belirlenmiştir.

Belirlenen ağırlıklar kullanılarak dört farklı serbest dengeleme yapılmış, uyumsuz ölçüler Pope yöntemiyle ayıklandıktan sonra nokta koordinatları (Çizelge 2), koordinat farkları (Çizelge 3) ve noktaların konum duyarlıkları (Çizelge 4) hesaplanmıştır.

Çizelge 2. GPS ve serbest dengeleme sonucu hesaplanan koordinatlar

NN	GPS koordinatları		1. Grup		2. Grup		3. Grup		4. Grup	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
4	4203384.295	455302.970	.2566	.9963	.2568	.9972	.2549	.9890	.2546	.9892
501	4204828.427	454208.226	.4424	.1792	.4420	.1787	.4423	.1827	.4423	.1812
502	4202188.746	455462.579	.7084	.4194	.7084	.4189	.7092	.4227	.7078	.4231
503	4202406.827	452703.357	.8695	.3204	.8697	.3208	.8719	.3167	.8730	.3171
506	4201329.713	454050.933	.7191	.8667	.7192	.8664	.7177	.8709	.7183	.8714

**Çizelge 3. Koordinat farkları**

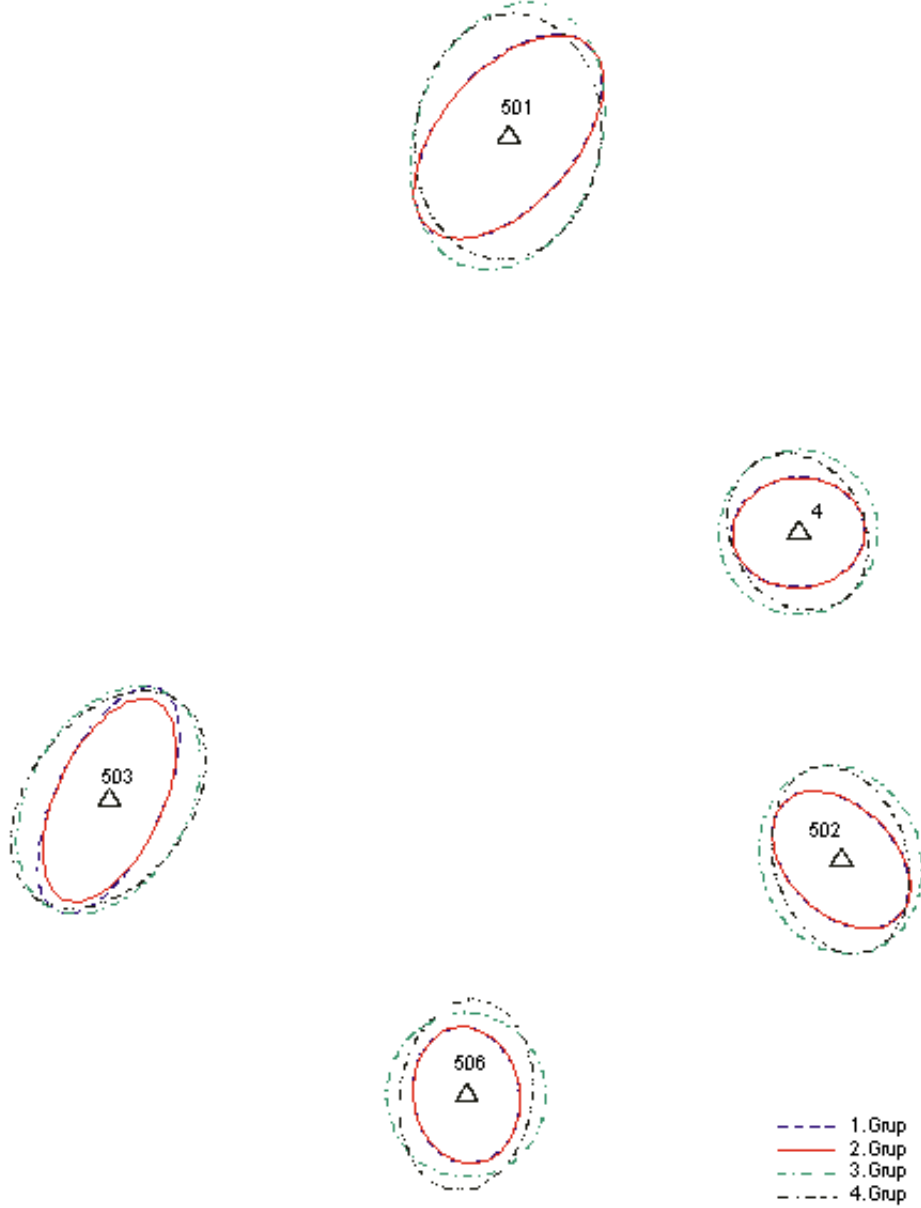
NN	1-2		1-3		1-4		2-3		2-4		3-4	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
4	0.2	0.9	-1.7	-7.3	-2.0	-7.1	-1.9	-8.2	-2.2	-8.0	-0.3	0.2
501	-0.4	-0.5	-0.1	3.5	-0.1	2.0	0.3	4.0	0.3	2.5	0	-1.5
502	0	-0.5	0.8	3.3	-0.6	3.7	0.8	3.8	-0.6	4.2	-1.4	0.4
503	0.2	0.4	2.4	-3.7	3.5	-3.3	2.2	-4.1	3.3	-3.7	1.1	0.4
506	0.1	-0.3	-1.4	4.2	-0.8	4.7	-1.5	4.5	-0.9	5.0	0.6	0.5

**Çizelge 4. Noktaların konum duyarlılıkları ve hata elipsi elemanları**

NN	Noktaların duyarlık ölçütleri	1.grup ağırlık	2.grup ağırlık	3.grup ağırlık	4.grup ağırlık
4	$m_x$ (mm)	4	4	6	6
	$m_y$ (mm)	5	5	6	5
	$m_p$ (mm)	7	6	8	8
	$\theta$ (grad)	96.7120	96.2386	139.0600	163.7376
	$A_H$ (mm)	5	5	6	6
	$B_H$ (mm)	4	4	6	5
501	$m_x$ (mm)	8	7	10	9
	$m_y$ (mm)	7	7	8	7
	$m_p$ (mm)	11	10	12	11
	$\theta$ (grad)	46.6847	47.7577	19.9087	8.8519
	$A_H$ (mm)	9	9	10	9
	$B_H$ (mm)	5	5	7	7
502	$m_x$ (mm)	5	5	7	7
	$m_y$ (mm)	5	5	6	6
	$m_p$ (mm)	7	7	9	9
	$\theta$ (grad)	148.2360	146.9561	176.5315	180.1573
	$A_H$ (mm)	6	6	7	7
	$B_H$ (mm)	4	4	6	5
503	$m_x$ (mm)	8	8	8	8
	$m_y$ (mm)	5	5	7	7
	$m_p$ (mm)	10	9	11	11
	$\theta$ (grad)	29.0927	28.8814	34.8097	43.5022
	$A_H$ (mm)	9	8	9	9
	$B_H$ (mm)	4	4	6	6

506	$m_x$ (mm)	5	5	6	7
	$m_y$ (mm)	4	4	6	6
	$m_p$ (mm)	6	6	9	9
	$\theta$ (grad)	189.2569	189.0693	3.2856	10.3824
	$A_H$ (mm)	5	5	6	7
	$B_H$ (mm)	4	4	6	5

Çizelge 4 değerleri kullanılarak hata elipsleri ilgili noktaların üzerine çizilmiştir.



Şekil 2. Hata elipsleri ( ölçek 2/1)

Serbest dengeleme sonuçlarından yararlanarak her grup ağırlık için doğrultu ve kenarlara ait kısmi redundanz ( $r_i$ ), iç güvenilirlik ( $\Delta_{oi}$ ) ve dış güvenilirlik ( $\bar{\delta}_{oi}$ ) değerleri hesaplanmıştır (Çizelge 5). Hesaplamalarda  $\alpha_o = 0.001$ ,  $\beta_o = 0.80$  değerleri için dış merkezlik parametresi  $\delta_o = 4.13$  alınmıştır.

**Çizelge 5. Test ağının güvenilirlik ölçütleri**

Ağırlık	Doğrultular	Kenarlar
1.grup	$0.717 \leq r_i \leq 0.979$ $4.168\sigma_{\bar{x}} \leq \Delta_{oi} \leq 4.877\sigma_{\bar{x}}$ $0.561 \leq \bar{\delta}_o \leq 2.595$	$0.141 \leq r_i \leq 0.527$ $5.687\sigma_{\bar{x}} \leq \Delta_{oi} \leq 10.984\sigma_{\bar{x}}$ $3.909 \leq \bar{\delta}_o \leq 10.178$
2.grup	$0.734 \leq r_i \leq 0.984$ $4.163\sigma_{\bar{x}} \leq \Delta_{oi} \leq 4.821\sigma_{\bar{x}}$ $0.522 \leq \bar{\delta}_o \leq 2.486$	$0.135 \leq r_i \leq 0.507$ $5.802\sigma_{\bar{x}} \leq \Delta_{oi} \leq 11.253\sigma_{\bar{x}}$ $4.075 \leq \bar{\delta}_o \leq 10.468$
3.grup	$0.599 \leq r_i \leq 0.953$ $4.231\sigma_{\bar{x}} \leq \Delta_{oi} \leq 5.337\sigma_{\bar{x}}$ $0.917 \leq \bar{\delta}_o \leq 3.380$	$0.296 \leq r_i \leq 0.669$ $5.049\sigma_{\bar{x}} \leq \Delta_{oi} \leq 7.592\sigma_{\bar{x}}$ $2.906 \leq \bar{\delta}_o \leq 6.371$
4.grup	$0.590 \leq r_i \leq 0.954$ $4.228\sigma_{\bar{x}} \leq \Delta_{oi} \leq 5.378\sigma_{\bar{x}}$ $0.903 \leq \bar{\delta}_o \leq 3.440$	$0.278 \leq r_i \leq 0.679$ $5.011\sigma_{\bar{x}} \leq \Delta_{oi} \leq 7.832\sigma_{\bar{x}}$ $2.838 \leq \bar{\delta}_o \leq 6.655$

Her grup ağırlık için, serbest dengeleme ile belirlenen koordinatlar Helmert transformasyonu ile GPS koordinatlarına dönüştürülmüştür. Dönüşümde uyumsuz noktaya rastlanmamıştır. Dönüşümlerde hesaplanan parametreler, çizelge 6 da verilmektedir.

**Çizelge 6. Dönüşüm parametreleri,**

	1.grup	2.grup	3.grup	4.grup
Ölçek katsayısı	1.000005000	1.000005000	1.000005000	1.000005000
Dönüşüm Ort. Hatası	51.28 mm	51.51 mm	48.30 mm	48.56 mm
Dönüklük	399.99847	399.99847	399.99847	399.99847

**6. SONUÇ**

Nirengi ağlarına ait gözlemler, en küçük kareler yöntemine göre dengelenirken, gözlemlerin ağırlıkları da dikkate alınır. Ağırlıklar değişik biçimde belirlenebilir. Bu çalışmada dört değişik ağırlık seçimi tanımlanmış ve test ağında hesaplamalar yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Farklı ağırlıklar seçilerek yapılan dengelemelerde hesaplanan koordinatlar arasındaki farklar çizelge 3'te görüldüğü gibi 1 cm den daha küçüktür. Ayrıca farklı biçimde ağırlık seçimi noktaların konum duyarlıklarını fazla etkilememektedir ( Çizelge 4). Test ağı güvenilirlik açısından incelendiğinde 3. ve 4. grup ağırlıkların seçilmesi durumunda hesaplanan güvenilirlik kriterlerinin, teorik değerlere daha iyi yaklaşım gösterdiği söylenebilir. Serbest dengeleme ile hesaplanan koordinatlar, Helmert transformasyonu ile GPS koordinatlarına dönüştürüldüğünde ölçek katsayısı ve dönüklük açısından herhangi bir fark bulunmamakla birlikte 3. ve 4. grup ağırlık seçimindeki dönüşümün ortalama hataları 1. ve 2. grup ağırlığa göre daha küçüktür (Çizelge 6).

**KAYNAKLAR**

Antonopoulos,A.,1985. Zur Formulierung und Überprüfung von Deformationsmodellen, Honnover

Demirel., 1984. Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Ölçütleri. Lisansüstü Yaz Okulu, 18-22 Haziran İstanbul



- İnal,C., 1995. Jeodezik Ağlarda Kalite Kontrolü. S.Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi, cilt 10, sayı, Konya
- Murle, M. ve Bill, R., 1997. Zuverlaessigkeit und Genauigkeitsuntersuchungebener Geodaetischer Netze, AVN 2.
- Mutluoğlu, Ö., 1997. Jeodezik Ağlarda Klasik ve GPS Ölçme Yöntemlerinin Karşılaştırılması, S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Konya
- Öztürk, E., Şerbetçi, M., 1992. Dengeleme Hesabı, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, cilt 3, sayfa 388-394, 488-492, Trabzon
- Wolf,P.R ve Ghilani, C.D.,1997. Adjustment Computations John Wiley & Sons, inc. New York .