

## **FİBER TAKVİYELİ TERMOPLASTİK KOMPOZİT LEVHALARDA FARKLI DELİK ÇAPLARINA GÖRE ELASTO-PLASTİK GERİLMELERİN ANALİZİ**

**Gürol ÖNAL, Ahmet YAPICI, Lokman GEMİ**

Selçuk Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü, Kampüs, 42075 Konya

### **Özet**

Bu çalışmada fiber takviyeli termoplastik kompozit delikli bir levhanın tek yönde çekmeye maruz kalması durumunda delik çapına bağlı olarak levhalarda meydana gelen elasto-plastik gerilmeler incelenmiştir. Delik tipi daire olarak ele alınmıştır. Çözüm tekniği olarak sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Çözümlerde delik çapı  $D=10, 30, 50$  mm ve tabakalar  $([30, -30]_2)$  şeklinde alınarak çözümler yapılmış, sonuçlar tablo ve plastik bölge dağılımını gösteren şekillerde verilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Kompozit, Tabakalı Plak, Elasto-plastik, Sonlu Elemanlar

## **ELASTO-PLASTIC STRESS ANALYSIS OF FIBER REINFORCED THERMOPLASTIC COMPOSITE LAMINATED PLATES WITH DIFFERENT HOLE DIAMETERS**

### **Abstract**

In this study, fiber reinforced thermoplastic composite laminated plates with a different hole diameters are subjected to in-plane forces. The hole diameters are chosen as  $D=10, 30, 50$  mm and the layer configuration is  $([30, -30]_2)$ . The elasto-plastic numerical solution was carried out by using Finite Elements Methods for some iteration numbers. Residual stresses and expansion of plastic zone have been illustrated in tables and figures.

**Key Words:** Composite, Laminated Plates, Elasto-Plastic, Finite Elements

### **1. Giriş**

Kompozit malzemeler, malzeme özelliklerinin anizotropik olmasından dolayı yapısal tasarımda, özellikle açılı konstrüksiyonlarda ve değişik imalat yöntemlerinde, büyük potansiyele ve esnekliğe sahiptir. Kompozit yapılarda en yüksek verimi elde etmek için elemanlar tabakadan tabakaya değişen açılarda dizayn edilir. Bu esneklik, istenilen yönlerde mukavemeti sağlayacağı için yapısal dizaynı geliştirir fakat sayısal analizi zorlaştırır. Elemandaki karmaşık üç boyutlu tabaka geometrisi, anizotropi, açı yönleri ve çoklu tabaka yapılarının analizi sonlu eleman tekniğini kullanmayı gerektirir.

Elyaf takviyeli plastikler, “ETP” veya “Yapısal Kompozitler” olarak adlandırılan bu kompozitler polimer matriks malzemenin fiberle takviye edilmesinden elde edilirler. ETP ürünleri, yapısal uygulamalarda iyi bir konuma sahiptirler. Karbon fiber ile termoset polimerler gibi yüksek mukavemet ve rijitliğe sahip ileri kompozit sistemler yıllardır etkin bir şekilde kullanılmaktadır. Fakat daha sonra termoplastiklerdeki yenilik ve gelişme, takviyeli plastik malzemelerin ileri uygulamalarına yeni bir boyut kazandırmıştır. Yeni nesil mühendislik malzemelerinden fiber takviyeli termoplastik matriks kompozitler, klasik takviyeli termosetlere göre daha iyi mekanik özelliklere sahiptirler.

Fiber takviyeli kompozit yapılarla ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır. Kompozitlerin anizotropik yapısı Tsai ve Wu [1], Chou, P. C. ve ark.[2], Chou, T. W. ve ark.[3] tarafından incelenmiştir. Hoggat termoplastik matriksli fiber takviyeli yapıları [4] ve termoplastik kompozit reçineleri [5] incelemiştir. Kays ve ark. [6] termoplastik matriks kompozitlerin çözücülere karşı direncini araştırmıştır. Muzzy ve Kays [7] termoplastik ve termoset yapısal kompozitler üzerine çalışmışlardır. Lin ve Kuo [8] delikli kompozit plakların burkulmasını incelemişlerdir. Karakuzu ve ark. [9] fiber takviyeli Alüminyum matriks tabakalı kompozit plaklara sonlu elemanlar tekniğini uygulamışlardır. Yapıcı ve ark. [10-13] termoplastik kompozitlerin düzlemsel kuvvetler altında elasto-plastik gerilme analizini yapmışlardır.

Düşük dayanımlı polimerik malzemeler, metalle takviye edildiğinde çok daha iyi mekanik özelliklere sahip olmaktadır. Bu çalışma da öncelikle kompozit plakların imali için gerekli olan termoplastik (Polietilen-F2.12) matriks malzeme, metal fiber ve

kalıplar hazırlanarak sıcak preste basılmıştır. Bu plaklardan numuneler çıkartılarak deneysel çalışmalarla malzemenin mekanik özellikleri tesbit edilmiştir. Daha sonra da tabakalı kompozit model oluşturularak sonlu elemanlar metoduyla gerilme analizi yapılmıştır.

## 2. Matematiksel Formülasyon

Tabakalı plakların çözümü transvers kayma deformasyonlarını da içermektedir. Buna göre ortotropik bir tabaka için gerilme-şekil değiştirme ilişkisi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} \\ \overline{Q}_{45} & \overline{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

Burada  $Q_{ij}$  takviye açısına bağlı olarak malzemenin mühendislik sabitidir.

Bu çalışmada I. Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi kullanıldı [11]. Bu teoriye göre deformasyon öncesi plağın orta düzlemine dik bir çizgi halinde olan tanecikler, deformasyondan sonra da yine çizgi halinde kalmaya devam ederler. Fakat bu çizgi orta düzleme dik olmak zorunda değildir. Böylece, küçük deformasyonlar için  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , koordinatlarının yer değiştirme bileşenleri;

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\psi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\psi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

burada  $u_0, v_0$  ve  $w_0$  orta yüzey üzerindeki yer değiştirmeler  $\psi_x, \psi_y$  sırasıyla  $x$  ve  $y$  eksenlerine dik olan dönme açılarıdır. Şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları kullanıldığında eğilme şekil değiştirmelerinin plak kalınlığı boyunca lineer değiştiği kabul edilir. Transvers kayma şekil değiştirmelerinin ise kalınlık boyunca sabit olduğu kabul edilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ -\frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \end{Bmatrix}$$

Elemanın denge denklemlerini elde etmek için toplam potansiyel enerji  $\Pi$ , birim alana gelen düşey yükleme  $P$  ile ve düzlemsel kuvvetler;  $\overline{N}_n^b, \overline{N}_s^b$  ile gösterilirse aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \int_A (\sigma_n \varepsilon_n + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dA \right] dz + \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \int_A (\tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dA \right] dz \\ & - \int_A w p dA - \int_{\mathcal{R}} (\overline{N}_n^b u_n^0 + \overline{N}_s^b u_s^0) ds \end{aligned} \quad (4)$$

Burada  $dA = dx dy$  ve düzlemsel kuvvetler  $\mathcal{R}$  sınırında uygulanır.

$N_x, N_y, N_{xy}$  bileşke kuvvetleri,  $M_x, M_y, M_{xy}$  momentleri ve  $Q_x, Q_y$  kayma kuvvetleri tabakalı kompozit kesitin birim uzunluğu için aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\begin{pmatrix} N_x & M_x \\ N_y & M_y \\ N_{xy} & M_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} (1, z) dz \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \end{pmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{pmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} dz$$

Denge için toplam potansiyel enerji  $\Pi$  sabit olmalıdır. Böylece plaklar için virtüel deplasman prensibini sağlayan  $\delta\Pi = 0$  elde edilir [14].

### 3. Sonlu Elemanlar Modeli

Plakanın rijitlik matrisi, minimum potansiyel enerji prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Eğilme ve kayma rijitlik matrisleri sırayla aşağıda verilmiştir,

$$\begin{aligned} |K_b| &= \int_A |B_b|^T |D_b| |B_b| dA \\ |K_s| &= \int_A |B_s|^T |D_s| |B_s| dA \end{aligned} \quad (6)$$

Burada,

$$\begin{aligned} |D_b| &= \begin{pmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{pmatrix} & |D_s| &= \begin{pmatrix} k_1^2 A_{44} & 0 \\ 0 & k_2^2 A_{55} \end{pmatrix} \\ (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z, z^2) dz & (i, j=1, 2, 6) & \\ (A_{44}, A_{55}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (Q_{44}, Q_{55}) dz & & \end{aligned} \quad (7)$$

olup,  $|B_b|, |B_s|$  ve  $|D_b|, |D_s|$  sırasıyla matrisin eğilme ve kayma bileşenleridir.  $A_{45}, A_{44}$  ve  $A_{55}$ 'e kıyasla ihmal edilebilir.  $k_{44}$  ve  $k_{55}$  dikdörtgen kesiti için kayma düzeltme faktörleridir,  $k_1^2=k_2^2=5/6$  olarak verilmiştir.

Problemin çözümünde dış kuvvetler düzlemsel olarak uygulanmış ve iterasyonla kademeli olarak arttırılmıştır. Hesaplanan gerilmeler nonlinear problemlerde genellikle gerçek gerilmelerle tam çakışmadığından dengesiz bir durum oluşur. Uygulanan ve hesaplanan kuvvetler arasındaki fark nonlinear analizde yakınsama toleransını bulmak için kullanılır. Bu farkı bulmak için önce eşdeğer düğümsel (nodal) kuvvetler aşağıdaki ifade ile bulunur.

$$\{R\}_{esdeger} = \int_{vol} |B|^T |\sigma| dA = \int_{vol} |B_b|^T |\sigma_b| dA + \int_{vol} |B_s|^T |\sigma_s| dA \quad (8)$$

Eşdeğer düğümsel kuvvetler bulunduktan sonra dengesiz düğümsel kuvvetler aşağıdaki gibi bulunur.

$$\{R\}_{dengesizlik} = \{R\}_{uygulanan} - \{R\}_{esdeger} \quad (9)$$

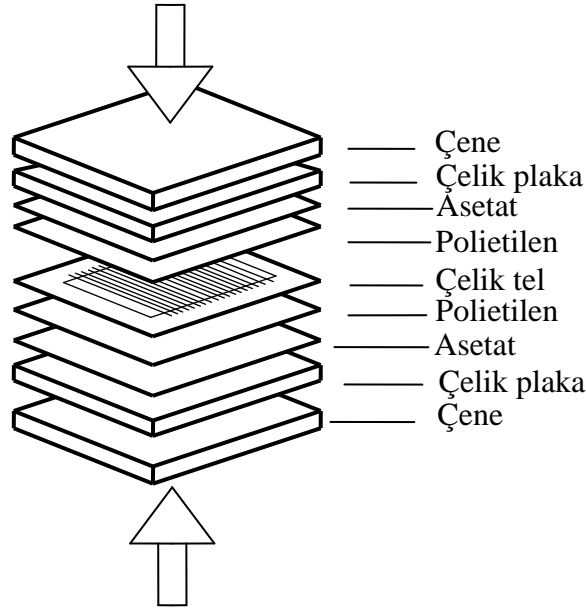
Plastik bölgedeki gerilme-şekil değiştirme ilişkisi aşağıdaki gibidir,

$$\sigma = \sigma_0 + K\varepsilon_p^n \quad (10)$$

Bu plastik bölgedeki çözümde akma kriteri olarak Tsai-Hill kriteri kullanılmıştır.

#### 4. Tabakalı Kompozitin İmal Edilmesi

Bu çalışmada düşük yoğunluklu polietilen (LDPE-F2.12) termoplastik matris olarak, galvanizli çelik tel de fiber olarak kullanılmıştır. Fiberin çapı 0.5 mm, özgül ağırlığı 7.8 gr/cm<sup>3</sup> ve hacimsel konsantrasyonu  $V_f = 0.0464$  tür. Kalıp şekil 1'de görüldüğü gibi hazırlanarak basılmıştır.



Şekil 1. Pres işlemi

Kalıp sıcak preste 160°C'ye kadar ısıtılıp 2.5 MPa basınç altında 5 dakika bekletildikten sonra 3 dakikada 30°C'ye kadar soğutulularak kompozit tabakalar elde edilmiştir.

## 5. Deneysel Çalışmalar

Sonlu elemanlar analizinde kullanılmak üzere termoplastik matriks-metal fiber plakanın mekanik özelliklerini tespit edebilmek için değişik şekillerde numuneler hazırlanmıştır. 1-doğrultusundaki akma gerilmesi ve elastisite modülünü bulmak için takviye yönünde, 2-yönündeki akma gerilmesi ve elastisite modülünü bulmak için takviyeye dik yönde çekme numuneleri, kayma gerilmesini bulmak için ise T şeklinde numuneler kullanılırken kayma modülü  $G_{12}$  yi bulmak için takviye ile 45<sup>0</sup> açı yapan yöndeki elastisite modülü  $E_x$ 'i bulmak için 45<sup>0</sup> lik takviye doğrultusu olan numuneler kullanılmıştır [15]. Poisson oranı strain gage kullanılarak bulunurken,  $K$  ve  $n$  plastik katsayıları  $\sigma - \varepsilon$  grafiklerinin plastik bölümlerinden faydalanarak elde edilmiştir. Bu numuneler çekme cihazında çekilerek Tablo 1'de verilen değerler elde edilmiştir.

**Tablo 1.** Kompozit plakanın akma noktaları ve mekanik özellikleri

---

$E_1=4300$ (MPa)	$\sigma_1=21.01$ (MPa)
$E_2=957$ (MPa)	$\sigma_2=5.221$ (MPa)
$G_{12}=241.48$ (MPa)	$\tau_{12}=5.850$ (MPa)
$\nu_{12}=0.4$	$K=99.484$
	$n=0.676$

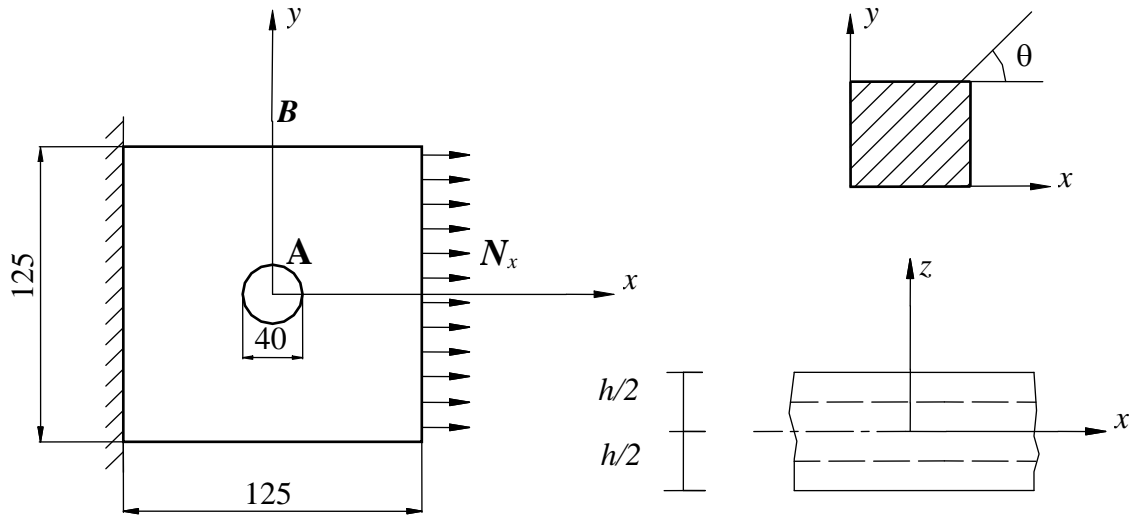
---

## 6. Çözümler

Tabakalı plaklar Şekil 2’de görüldüğü gibi bir ucu ankastre diğer ucu ise düzgün yayılı yüke maruz bırakılmıştır.

Şekil 2. Düzlemsel yükleme şekli

Tabakalar dört plaktan oluşmak üzere simetrik ve antisimetrik konfigürasyonlara göre



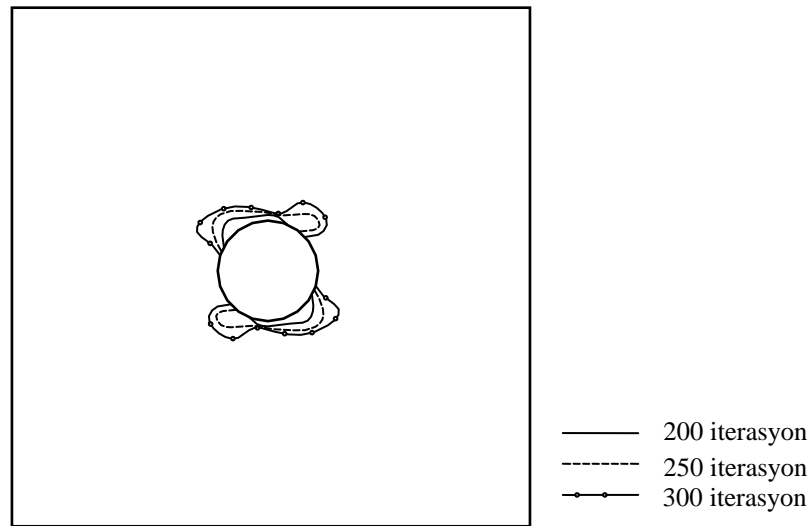
çözüm yapılmıştır. Uygulanan yük kademeli olarak akma noktasına kadar artırılarak akma noktaları elde edilmiştir. Deliksiz levhalar da düzlemsel kuvvetler 13.2332 (N/mm)’ye ulaştığında malzeme de akma başlamıştır. Delikli levhalar için nümerik hesap ile elde edilen akma noktaları ise Tablo 2 de verilmiştir. Bu noktadan sonra düzlem yüklemeler her iterasyonda 0.01 hassasiyetle 200, 250 ve 300 artırılmıştır. Böylece yükün artması ile kompozit levhadaki plastik bölge dağılımı bulunmuştur.



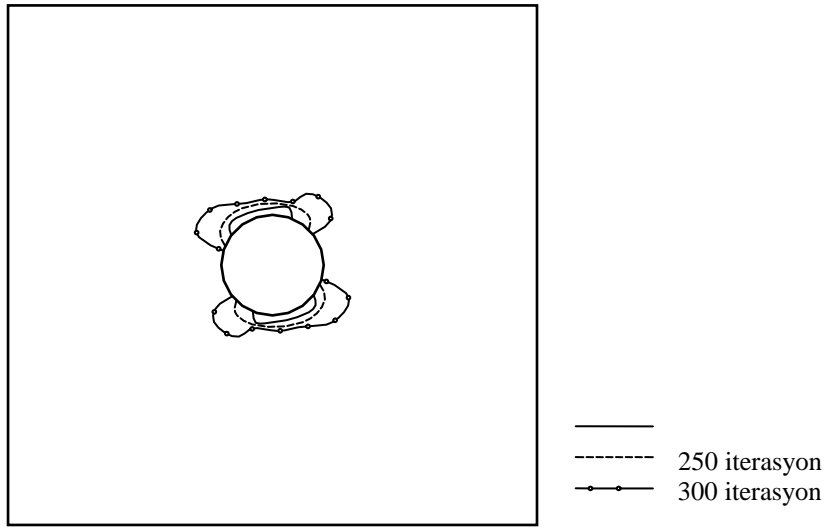
**Tablo 2.** Delikli levhalarda akma için gerekli düzlemsel kuvvetler

	$D=10$ (mm)	$D=30$ (mm)	$D=50$ (mm)
Simetrik (N/mm)	9.3810	6.8161	5.4860
Antisimetrik (N/mm)	9.2752	6.7545	5.4244

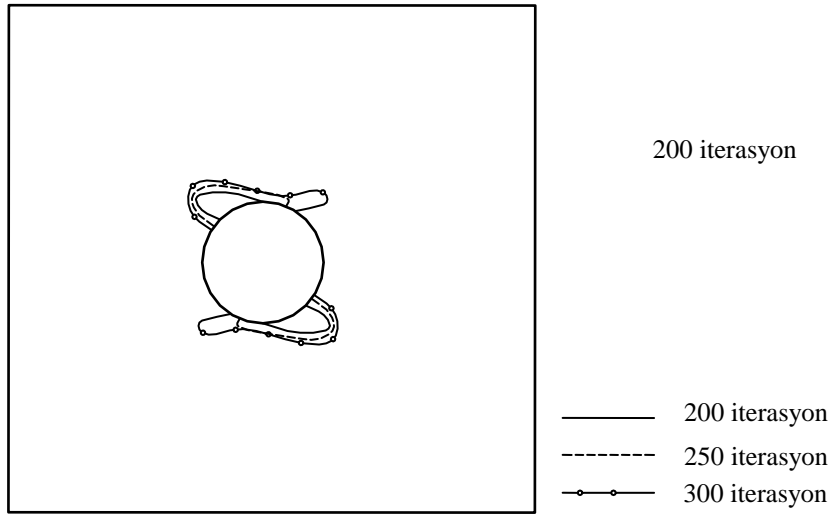
([30,-30]<sub>2</sub>) açılı plaklarda delik çapı 10, 30 ve 50 mm olmak üzere, simetrik ve antisimetrik durumlarda plastik bölge dağılımları bulunmuştur. Bu bölgeler Şekil 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 de verilmiştir.



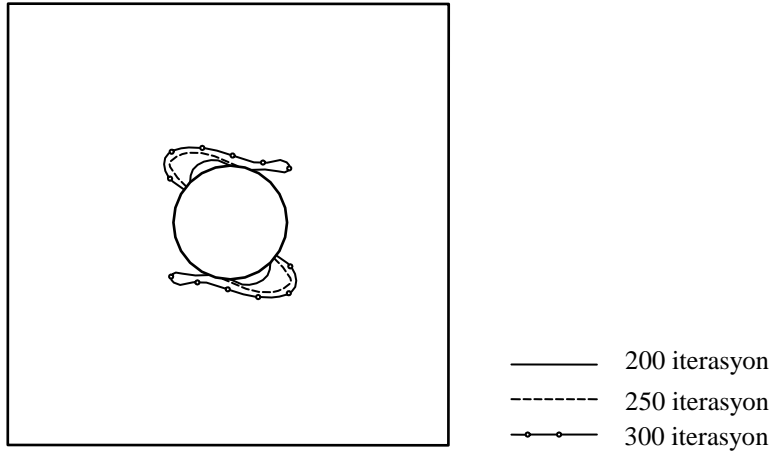
**Şekil 3.**  $D=10$  mm için simetrik plakadaki plastik bölge dağılımı



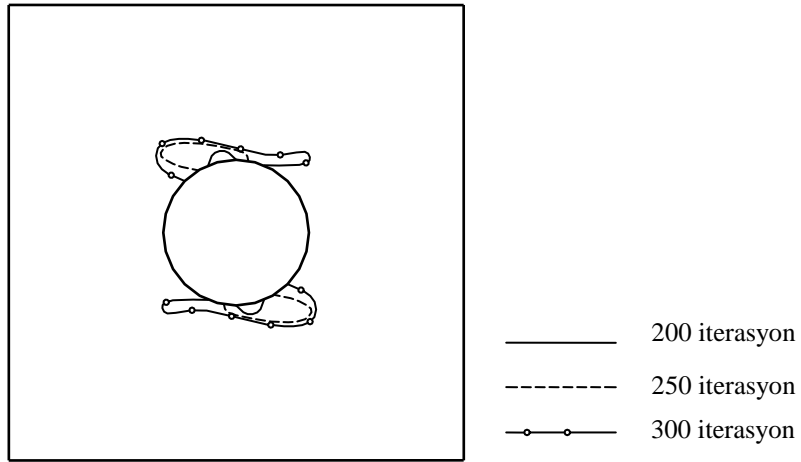
Şekil 4.  $D=10$  mm için antisimetrik plakadaki plastik bölge dağılımı



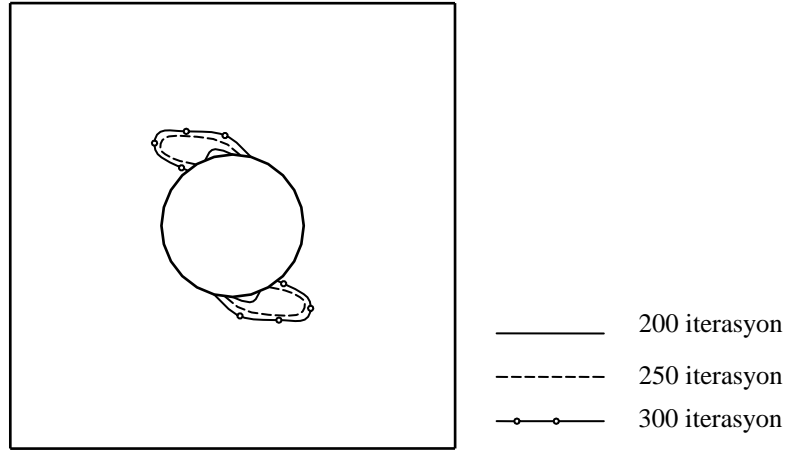
Şekil 5.  $D=30$  mm için simetrik plakadaki plastik bölge dağılımı



Şekil 6.  $D=30$  mm için antisimetrik plakadaki plastik bölge dağılımı



Şekil 7.  $D=50$  mm için simetrik plakadaki plastik bölge dağılımı



Şekil 8.  $D=50$  mm için antisimetrik plakadaki plastik bölge dağılımı

Delik çapı 10 mm ve 30 mm olan plakaların simetrik ve antisimetrikleri arasında benzer plastik bölge dağılımı görülmektedir. Fakat 50 mm çapındaki levhanın simetrik ve antisimetrikleri arasında daha farklı bir dağılım görülmektedir. Yine delik çapı büyüdükçe plastik bölge dağılımının belli bir yöne doğru yönlendiği görülmektedir.

## 7. Sonuç ve Değerlendirme

Fiber olarak galvanizli çelik tel ve matris olarak düşük yoğunluklu polietilenin kullanıldığı tabakalı kompozit malzemenin mekanik özellikleri deneysel olarak bulunmuştur.

Kompozit tabakaların deliksiz olduğu durumda dış kuvvetler 13.2332 (N/mm) ye ulaştığında akma başlamaktadır. Bu değer simetrik ve antisimetrik durumlar için aynıdır.

Farklı delik çaplarına göre analizin yapıldığı bu çalışmada aynı delikler için simetrik tabakalardaki  $N_x$  değerlerinin antisimetrik tabakaların  $N_x$  değerlerinden daha büyük olduğu görülmüştür.

Delik çapı büyüdükçe akma için gerekli olan kuvvet  $N_x$  değeri düştüğünden, iterasyona daha düşük akma noktalarından başlandı. Bu da büyük çaplarda plastik bölgenin daha küçük olmasına sebep olmuştur.

## 8. Kaynaklar

- [1] Tsai SW, Wu EM. A General Theory of Strength for Anisotropic Materials, *Journal of Composite Materials* 1971; 5: 58-79.
- [2] Chou P C, Mcnamer BM, Chou D K. The Criterion of Laminated Media, *Journal of Composite Materials* 1973; 7: 22-35.
- [3] Chou TW, Kelly A, Okura A. Fibre-Reinforced Metal-Matrix Composites, *Journal of Composite Materials* 1985;16: 187-206.
- [4] Hoggatt JT. Reinforced Structural Composites Using Thermoplastic Matrices, The 5<sup>th</sup> National SAMPE Technical Conference, Materials and Process for the 70's Cost Effectiveness and Reliability 1973; 5: 91-102.
- [5] Hoggatt JT. Thermoplastic Resin Composite, The 20<sup>th</sup> National SAMPE Symposium, Technology in Transition 1975; 20: 606-617.
- [6] Kays AO, Hunter JD. Characterization of Some Solvent Resistant Thermoplastic Matrix Composites, *Composite materials: Quality Assurance and Processing*, ASTM-STP 797, Browning ed. 1983; 119-132.
- [7] Muzzy JD, Kays AO. Thermoplastics vs. Thermosetting Structural Composites, *Polymer Composites* 1984; 5: 169-172.
- [8] Lin CC, Kuo CC. Buckling of Laminated Plates with Holes, *Journal of Composite Materials* 1989; 23: 536-553.
- [9] Karakuzu R, Özel A, Sayman O. Elasto-plastic Finite Element Analysis of Metal Matrix Plates with Edge Notches, *Computers & Structures* 1997; 63: 551-558.
- [10] Yapıcı A, Tarakçioğlu N, Akdemir A., Avcı A. Elasto-Plastic Stresses Analysis of Thermoplastic Matrix Composite Laminated Plates under In-Plane Loading, *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 2001; 14: 146-159.

- [11] Yapıcı A. Elastic-Plastic Stress Analysis Of Thermoplastic Matrix-Woven Fiber Composite Laminated Plates Under In-Plane Loading, *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 2004; 23(11): 1143-1151.
- [12] Yapıcı A, Şahin ÖS, Uyaner M. Elastic-plastic Stress Analysis of Woven Cr-Ni Reinforced Composite Laminated Plates with a Hole under in-plane Loading, *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 2005; 24: 503-511.
- [13] Yapıcı A, Şahin ÖS. ([30,-30]<sub>2</sub>) Fiber Takviyeli Tabakalı Termoplastik Kompozit Levhalarda Delik-Kenar Arasında Oluşan Elasto-Plastik Gerilmeler, *Mühendis ve Makina* 2003; 519: 41 – 46.
- [14] Bathe K J. *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [15] Jones R M. *Mechanics of Composite Materials*, Taylor & Francis, Philadelphia, 1999.